

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»

*На правах рукописи*



**Фунтов Александр Андреевич**

**ЭФФЕКТЫ РЕЗИСТИВНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В СРЕДАХ С  
КОМПЛЕКСНОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТЬЮ И ИХ  
ВЛИЯНИЕ НА ГРУППИРОВКУ ЭЛЕКТРОННОГО ПОТОКА В ПРИБОРАХ  
ВАКУУМНОЙ СВЧ ЭЛЕКТРОНИКИ**

1.3.5. – Физическая электроника

Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
кандидат физико-математических наук, доцент  
Титов Владимир Николаевич

## Оглавление

<b>ВВЕДЕНИЕ .....</b>	<b>4</b>
<b>Глава 1. Метаматериалы и резистивная неустойчивость в средах с комплексной диэлектрической проницаемостью на сверхвысоких частотах .....</b>	<b>13</b>
<b>1.1. Элементарная теория резистивного усилителя .....</b>	<b>15</b>
<b>1.2. Цилиндрическая и планарная модели резистивного усилителя .....</b>	<b>20</b>
<b>1.3. Метаматериалы.....</b>	<b>23</b>
<b>1.4. Сплошные метаматериалы .....</b>	<b>26</b>
<b>1.5. Применение метаматериалов в вакуумной СВЧ электронике .....</b>	<b>30</b>
<b>1.6. Дополненный метаматериалом резистивный усилитель .....</b>	<b>31</b>
<b>1.7. Выводы .....</b>	<b>36</b>
<b>Глава 2. Гибридные резонансные приборы О-типа со средой с комплексной диэлектрической проницаемостью .....</b>	<b>38</b>
<b>2.1. Нелинейная теория взаимодействия электронного потока с полями сред с комплексной диэлектрической проницаемостью на основе метода принудительной гармонизации .....</b>	<b>38</b>
<b>2.2. Приложение метода принудительной гармонизации к резистивному клистроу (резонатор-среда-резонатор) .....</b>	<b>48</b>
<b>2.3. Гибрид с клистроном с распределенным взаимодействием .....</b>	<b>55</b>
<b>2.4. Выводы .....</b>	<b>72</b>
<b>Глава 3. Гибридные приборы О-типа с длительным взаимодействием со средой с комплексной диэлектрической проницаемостью .....</b>	<b>74</b>
<b>3.1. Гибрид с фото-ЛБВ .....</b>	<b>74</b>
<b>3.2. Гибрид ЛБВ-метаматериал-ЛБВ .....</b>	<b>85</b>
<b>3.3. Выводы .....</b>	<b>106</b>

<b>Глава 4. Планарные модели резистивного усилителя (теория и моделирование).....</b>	<b>107</b>
<b>4.1. Вывод дисперсионных уравнений .....</b>	<b>107</b>
<b>4.2. Результаты линейной теории .....</b>	<b>113</b>
<b>4.3. Численное моделирование .....</b>	<b>116</b>
<b>4.4. Выводы .....</b>	<b>121</b>
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....</b>	<b>122</b>
<b>СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ .....</b>	<b>123</b>

## ВВЕДЕНИЕ

### Актуальность исследуемой проблемы

В настоящее время в сверхвысокочастотной (СВЧ) электронике одной из актуальных задач является освоение терагерцового (приблизительно от 0.3ТГц до 3ТГц) или, иначе говоря, субмиллиметрового (соответственно от 1мм до 0.1мм) диапазона. Излучение в терагерцовом диапазоне частот, как известно, представляется весьма перспективным в различных современных приложениях, таких как системы защиты, медико-биологические анализы, беспроводная связь и в других областях, привлекающих большое внимание в течение последнего десятилетия. Центральной проблемой при этом остается создание и исследование интенсивных компактных и перестраиваемых источников терагерцового когерентного излучения и мощных широкополосных усилителей (в первую очередь, речь идет о создании мощных широкополосных усилителей терагерцового диапазона типа ЛБВ). Несмотря на возникающие трудности уже есть устройства, работающие в этом диапазоне и в твердотельной, и в вакуумной СВЧ электронике.

При освоении терагерцового диапазона возникают трудности, связанные с пропорциональностью линейных размеров области взаимодействия прибора и длины волны [1]. Отметим, что даже вакуумные приборы в этом диапазоне не обладают большой выходной мощностью.

Исследование замедляющих систем (ЗС) и резонаторов по-прежнему сохраняет свою актуальность (в том числе и в связи с продвижением в субмиллиметровый диапазон) для вакуумной СВЧ электроники. Если ранее получили широкое распространение цельнометаллические ЗС, то в последнее время в связи с активным изучением метаматериалов исследователи всё чаще рассматривают их применение к вопросам усиления и генерации СВЧ[2]. Также представляет интерес комбинирование традиционных ЗС и метаматериалов.

Один из методов повышения выходной мощности и коэффициента усиления может заключаться в использовании резистивных усилителей, в частности, устройств с метаматериалами. Приведем определение из работы [3]: метаматериал — композиционный материал, свойства которого обусловлены не столько

свойствами составляющих его элементов, сколько искусственно созданной периодической структурой из макроскопических элементов, обладающих произвольными размерами и формой.

В случае, когда характерный размер метаматериала много меньше длины волны, распространяющейся в пучке электронов, метаматериалы можно, как и диэлектрики, описывать с точки зрения среды с комплексной диэлектрической проницаемостью, которая впервые в СВЧ электронике использовалась в первых работах о резистивном усилителе [4] и [5].

В настоящее время метаматериалы все активнее изучаются применительно к вакуумной СВЧ электронике. Условно можно выделить на два направления. Первое: использование метаматериалов при конструировании замедляющих систем для улучшений их характеристик. Например, статья [6] посвящена разработке ЗС из «левого» метаматериала. Используется цельнометаллическая ЗС для уменьшения опасности пробоя на высоких мощностях. Такую ЗС можно использовать, например, для миниатюризации ЛОВ.

Второе: использовать метаматериал подобно диэлектрику в резистивном усилителе. В серии работ [7-9] с этой целью использовался метаматериал с отрицательной действительной частью диэлектрической проницаемости. Авторы в процессе исследования рассмотрели несколько типов структур, и остановились на отрезках меандров, позволивших в численном моделировании показать увеличение погонного коэффициента усиления модуляции скорости электронов. Настоящая работа так же придерживается этого направления с тем отличием от упомянутых работ, что фокус внимания сосредоточен на уточнении физики происходящих процессов и построения теорий приборов, в которых можно использовать метаматериал подобным образом.

Таким образом, исследование эффектов взаимодействия электронного потока с полями сред с комплексной диэлектрической проницаемостью актуально не только само по себе, но и применительно к использованию метаматериалов в микроволновом диапазоне.

Отметим, что исследованием взаимодействия электронного потока с полями сред с комплексной диэлектрической проницаемостью занимались такие известные исследователи как С. К. Birdsall, О. R. Brewer, J. R. Whinnery, А. В. Гаев[4, 5], В. М. Лопухин[10], Д. И. Трубецков, Н. S. Uhm[11], Л. В. Касаткин[12], N. Behdad, J. Booske[7-9] и др. В том числе были созданы линейные одномерная и двумерная теории резистивного усилителя О-типа [4, 5], а также нелинейная теория резистивной неустойчивости для нескольких частных случаев диэлектрической проницаемости, а именно были исследованы случаи чисто действительной [11] и индуктивной проводимости сред[12], а также среды, описываемой моделью Друде[7-9]. В двумерной линейной теории резистивного усилителя рассматривается слоистая структура, состоящая из пучка и диэлектрика или метаматериала, в которой важны толщины указанных слоев.

Вместе с тем остались малоизученными следующие вопросы.

1. Отсутствует нелинейная теория резистивной неустойчивости О-типа, способная учитывать различные случаи комплексной диэлектрической проницаемости среды.

2. Не изучены вопросы о применении среды с различными случаями комплексной диэлектрической проницаемости в классических вакуумных СВЧ усилителях О-типа вместо пространства дрейфа, а также нет соответствующих достаточно полных теорий.

3. Слабо изучено влияние толщин слоёв и их взаимное расположение в планарной модели резистивного усилителя.

Вышеуказанное позволяет считать тему диссертации актуальной и соответствующей специальности 1.3.5. – физическая электроника (п.3 и 4 паспорта специальности).

**Объектом исследования** являются системы из электронного потока и среды с комплексной диэлектрической проницаемостью.

**Предметом исследования** являются эффекты, возникающие при взаимодействии электронного потока с полями сред с комплексной диэлектрической проницаемостью.

**Цель работы** заключается в анализе эффектов резистивной неустойчивости в средах с комплексной диэлектрической проницаемостью и их влияние на группировку электронного потока в устройствах вакуумной СВЧ-электроники. Достижение поставленной цели обеспечено выполнением следующих задач:

1. Модификация волнового метода Овчарова-Солнцева на случай среды с произвольной комплексной диэлектрической проницаемостью для построения нелинейной теории;

2. Анализ эффектов резистивной неустойчивости (с помощью известной линейной и развитой на основе модели из п.1 нелинейной теорий О-типа) при взаимодействии электронного потока с полями сред с комплексной диэлектрической проницаемостью на примере комбинированных устройств, создаваемых путем введения секции с комплексной диэлектрической проницаемостью в приборы вакуумной СВЧ электроники;

3. Построение планарной модели резистивного усилителя с метаматериалом и сравнение с результатами численного моделирования.

#### **Научная новизна работы.**

1. На основе модификации волнового метода Овчарова-Солнцева построена нелинейная теория взаимодействия электронного пучка с электромагнитными полями сред с комплексной диэлектрической проницаемостью (КДП). Были проанализированы физические процессы в гибридных приборах, сочетающих элементы классической вакуумной СВЧ электроники и сред с КДП: в резистивном клистроне (резонатор-среда-резонатор) и в двухсекционной ЛБВ с КДП секцией области разрыва (секция ЗС-среда-секция ЗС).

2. Построена линейная теория клистрона с распределенным взаимодействием с КДП вставкой в пространстве дрейфа для случаев 2 и 3 распределенных резонаторов.

3. Построена линейная и нелинейная теории фото-ЛБВ со вставкой КДП секции в область между фотокатодом и замедляющей системой (фотокатод-среда-ЛБВ). Оценено влияние свойств среды на эквивалентное сопротивление полученной гибридной системы.

4. Развита приближенные методы анализа планарного резистивного усилителя с метаматериалом в рамках линейной теории. Полученные аналитические оценки сопоставлены с результатами численного моделирования в рамках самосогласованной модели, реализованной в программном пакете CST Studio Suite. Сформулирована иерархия моделей резистивного усилителя с метаматериалом.

**Достоверность** обусловлена использованием традиционных для СВЧ методов исследования процессов взаимодействия электронного потока и электромагнитных волн, а именно метода дисперсионного уравнения, волнового метода Овчарова-Солнцева, стационарной нелинейной теории. Для предложенных нелинейных моделей получены предельные переходы к известным линейным моделям. Полученные результаты не противоречат современным физическим представлениям о силах пространственного заряда, взаимодействии пучка с полями структур и сред с различной проводимостью и диэлектрической проницаемостью.

#### **Положения и основные результаты, выносимые на защиту**

1. Использование сред с комплексной диэлектрической проницаемостью в качестве пространства дрейфа между двумя резонаторами как пролетного клистрона, так и клистрона с распределенным взаимодействием, в режимах с плотностями тока, при которых сильны эффекты пространственного заряда, позволяет улучшить условия группировки электронов в пучке по сравнению с использованием вакуумного промежутка. При этом коэффициент усиления клистронов обоих типов увеличивается более чем на 10 дБ. При уменьшении расстояния между резонаторами в клистронах обоих типов почти вдвое по сравнению с вакуумным промежутком можно получить такой же коэффициент усиления, как и у тех же клистронов, но с вакуумным промежутком.

2. В режимах с плотностями тока, при которых сильны эффекты пространственного заряда, использование среды с комплексной диэлектрической проницаемостью между фотокатодом и отрезком замедляющей системы в составе гибридной системы «фото-ЛБВ+резистивный усилитель» позволяет увеличить

эквивалентное сопротивление гибридной системы на несколько порядков по сравнению со случаем, когда используется вакуумный промежуток, за счет улучшения условий группировки электронов в пучке в пространстве дрейфа. При уменьшении расстояния между фотокатодом и отрезком замедляющей системы почти вдвое по сравнению с вакуумным промежутком можно получить эквивалентное сопротивление гибридной системы «фото-ЛБВ+резистивный усилитель», сравнимое по величине с эквивалентным сопротивлением фото-ЛБВ в отсутствие среды с комплексной диэлектрической проницаемостью.

3. Использование сред с комплексной диэлектрической проницаемостью (оцениваемой по модели Друде) в разрыве многосекционной ЛБВ в составе гибридной системы «ЛБВ+резистивный усилитель» в режиме работы с плотностями тока, при которых сильны эффекты пространственного заряда, позволяет снизить влияние параметра рассинхронизма на процессы усиления и улучшить условия группировки электронов в пучке. При этом в линейном режиме достигается увеличение коэффициента усиления (более чем на 10 дБ), а в нелинейном режиме - увеличение выходной мощности и КПД (в несколько раз) по сравнению с ЛБВ с разрывом и ЛБВ без разрыва в отсутствие среды с комплексной диэлектрической проницаемостью при одном и том же расстоянии от входа до выхода прибора.

4. В резистивных усилителях с планарными слоистыми структурами (как минимум из двух слоев - вакуумного канала для ленточного пучка и метаматериала) в режимах работы с плотностями тока, при которых сильны эффекты пространственного заряда, реализуется большое (более 20 дБ) усиление возмущений плотности тока в пучке. Существует такая комбинация значений параметров толщины метаматериала, плотности тока и коэффициента затухания в среде с диэлектрической проницаемостью (на примере модели Друде), при которой достигается широкополосное (почти октава) усиление возмущений плотности тока в пучке.

**Методология и методы исследования.** При анализе эффектов, возникающий при взаимодействии в исследуемых системах «электронный поток–поля сред с

комплексной диэлектрической проницаемостью» применяется традиционный для вакуумной СВЧ электроники метод дисперсионного уравнения. В линейной теории в качестве основной теоретической модели используется гидродинамическая модель одномерного бесконечно широкого ионно-скомпенсированного электронного потока.

При анализе нелинейных колебательных и волновых процессов при взаимодействии электронного потока с полями сред с комплексной диэлектрической проницаемостью применяется модификация классического для СВЧ электроники волнового метода Овчарова-Солнцева наряду с дисковой моделью электронного пучка и методом крупных частиц.

В численном эксперименте по планарной модели используется решение самосогласованной задачи по модификации метода FDTD – FIT, реализованное в пакете CST Studio Suite.

**Научно-практическая значимость работы.** Все полученные аналитические результаты могут быть использованы для предварительных оценок параметров новых гибридных приборов вакуумной СВЧ электроники, предваряя этап численного моделирования при проектировании устройств. Показано, что использование сред с КДП может способствовать группировке электронного потока, что позволяет увеличить коэффициент усиления или сократить длину пространства взаимодействия. Результаты работы будут полезны при разработке и чтении лекционных курсов по физической электронике и электронике СВЧ для студентов бакалавриата, магистратуры и специалитета.

**Апробация результатов и публикации.** Результаты, представленные в диссертации, докладывались на следующих школах, семинарах и конференциях:

- XVI Всероссийская школа-семинар «Физика и применение микроволн» им. проф. А. П. Сухорукова (2017 г., Можайск),
- III Всероссийская научно-техническая конференция «Проблемы СВЧ электроники им. В. А. Солнцева 2017» (2017 г., Москва),
- Научно-техническая конференция, посвящённая 60-летию АО «НПП «Алмаз» (2017 г., Саратов),

- XVI Всероссийская школа-семинар «Волны в неоднородных средах» им. проф. А.П. Сухорукова (2018 г., Можайск),
- 13-ая международная научно-техническая конференция «Актуальные проблемы электронного приборостроения» (АПЭП-2018) (2018 г., Саратов),
- 12-ая Международная школа-конференция «Хаотические автоколебания и образование структур» (ХАОС-2019) (2019 г., Саратов),
- XVII Всероссийская школа-семинар «Волновые явления в неоднородных средах» имени А.П. Сухорукова («Волны-2020») (2020 г., Можайск),
- Научная школа-конференция «Нелинейные дни в Саратове для молодых – 2020» (2020г., Саратов),
- XVI всероссийская научная конференция молодых ученых «нанoeлектроника, нанофотоника и нелинейная физика» (г. Саратов, 7-9 сентября 2021),
- Ежегодный молодежный научно-технический семинар АО «НПП «АЛМАЗ» (ЕМНТС 2024) (2024 г., Саратов)
- на объединённых научных семинарах кафедры электроники, колебаний и волн, и кафедр факультета нелинейных процессов.

Кроме того, прочитана лекция на XVII Международной зимней школе-семинаре по радиофизике и электронике СВЧ (2018г., Саратов).

Материалы работ автора, вошедшие в диссертацию, использовались при выполнении научно-исследовательских работ по гранту Российского Фонда Фундаментальных Исследований № 18-02-00666.

По теме диссертации опубликовано 14 работ, из них 6 статей в журналах, рекомендованных ВАК РФ для публикации основных научных результатов диссертаций на соискание учёной степени доктора и кандидата наук, и рецензируемых в международных базах данных Web of Science и Scopus, 5 статей в сборниках трудов научных конференций и семинаров, и 3 свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ.

**Личный вклад соискателя.** Все результаты, включенные в диссертационную работу, получены лично соискателем. Ему принадлежит вывод

всех аналитических выражений, разработка большинства алгоритмов и программ для ЭВМ, выполнение численных расчётов. Совместно с Д.И. Трубецковым (научным руководителем до 2020 г.) было выбрано основное направление исследований, связанное с использованием метаматериалов в резистивном усилителе и его гибриде с другими СВЧ вакуумными лампами. Совместно с научным руководителем В.Н. Титовым были реализованы современные подходы к решению поставленных задач и обсуждались структуры, соответствующие фундаментальным моделям.

**Структура и объём работы.** Диссертация состоит из Введения, четырёх глав, Заключения и Списка литературы. Работа содержит 136 страниц, из которых 114 страниц основного текста, включая 63 иллюстраций и 3 таблицы. Список литературы состоит из 139 наименований на 14 страницах.

## Глава 1. Метаматериалы и резистивная неустойчивость в средах с комплексной диэлектрической проницаемостью на сверхвысоких частотах

При освоении терагерцового диапазона возникают трудности, связанные с пропорциональностью линейных размеров области взаимодействия прибора и длины волны [1]:

- Требование малой площади поперечного сечения электронного потока и, соответственно, увеличение плотности тока, т.е. необходимы электронные пушки с высокой компрессией. Кроме того, для предотвращения расплывания луча под действием сил пространственного заряда требуются большие магнитные поля с индукцией более 1 Тл.

- Малые размеры электронного потока требуют разработки специальных конструкций коллектора с равномерным распределением конвекционного тока по его внутренней поверхности для исключения локальных перегревов.

- Малые размеры резонаторов и замедляющих систем требуют разработки специальной (прецизионной) технологии их изготовления, обеспечивающей точность до единиц микрометров и высокое качество поверхности.

Для означенных проблем существуют решения, состоящие в использовании ленточных пучков, новых типов катодов с увеличенной плотностью тока, новых типов замедляющих систем, а также новых (во всяком случае для микроволновой электроники) технологий LIGA<sup>1</sup> и DRIE<sup>2</sup>. Если говорить о последних, то они позволяют создавать достаточно мелкие структуры.

Один из методов повышения выходной мощности и коэффициента усиления может заключаться в использовании резистивных усилителей, в частности, устройств с метаматериалами.

Приведем одно из определений [3]: метаматериал — композиционный материал, свойства которого обусловлены не столько свойствами составляющих

---

<sup>1</sup> Lithographie, Galvanik, Abformung - литография, гальваника, слепки.

<sup>2</sup> Deep Reactive Ion Etching - неизотропное реактивное ионное травление.

его элементов, сколько искусственно созданной периодической структурой из макроскопических элементов, обладающих произвольными размерами и формой. Метаматериалы обладают довольно узкой полосой частот, в котором проявляют резонансные свойства.

Исторически метаматериал является реализацией идеи вещества с отрицательным показателем преломления. Их часто называют левосторонними; в англоязычной литературе LHM (Left-Handed Materials). Впервые понятие «левой» среды ввел В. Г. Веселаго в статье [13], это название обусловлено тем, что в «левой» среде векторы напряженностей электрического и магнитного поля образуют с волновым вектором левую тройку; в обычных материалах эта тройка правая.

Метаматериалы принято [3] классифицировать по знакам диэлектрической и магнитной проницаемостей: материалы с  $\epsilon < 0$  и  $\mu < 0$  также называют «дважды отрицательными» – DNG (doubly negative) или «левыми» средами, если же  $\epsilon < 0$  или  $\mu < 0$ , а другая проницаемость положительна, то материал обозначают как ENG (epsilon negative) или MNG (mu negative), соответственно. В настоящей работе будут исследованы только ENG-метаматериалы.

Заметим, что в англоязычной литературе для современных устройств этого типа используются термины resistive-wall amplifier, metamaterial-enhanced resistive wall amplifier и др. В русскоязычной литературе, в том числе в данной работе, часто употребляется термин «резистивный усилитель», несколько реже «лампа на поглощении» и «усилитель на поглощении» [10].

Как будет показано далее, метаматериалы можно, как и диэлектрики, описывать с точки зрения среды с комплексной диэлектрической проницаемостью (в дальнейшем ДП), которая впервые в СВЧ электронике использовалась в первых работах о резистивном усилителе [4, 5]. У метаматериалов есть несколько особенностей по сравнению с диэлектриками. Во-первых, резонансный характер взаимодействия, за счет которого и возможно предлагаемое улучшение характеристик в довольно узкой полосе частот, а в остальной области (в зависимости от конструкции) для вакуумных приборов метаматериал фактически играет роль пространства дрейфа. Во-вторых, для тонкого резистивного слоя (из

диэлектрика) возникает проблема (которая скорее всего не возникнет для метаматериала) равномерного нанесения на внутреннюю поверхность диэлектрической (например, стеклянной) трубки. Эта технологическая трудность в 1950-х годах послужила одной из причин не вхождения резистивного усилителя в пул широко используемых приборов типа ЛБВ и клистрона.

Таким образом, исследование эффектов взаимодействия электронного потока с полями сред с комплексной ДП (в дальнейшем КДП) актуально не только само по себе, но и применительно к использованию метаматериалов в микроволновом диапазоне.

### **1.1. Элементарная теория резистивного усилителя**

До исследований, проведенных в рамках настоящей работы, как показано ниже, по существу была развита только линейная одномерная теория резистивного усилителя О-типа, а также было несколько попыток исследовать нелинейную теорию резистивной неустойчивости [11, 12]. Обобщим этот термин на среды с КДП в силу исторически сложившегося употребления, и чтобы не вводить новые термины, хотя правильнее было бы говорить о неустойчивости электронного потока в среде с КДП.

Первые статьи [4, 5], вышедшие в 1953 г., описывали усилитель на поглощении, также известный как резистивный усилитель. Он представлял собой волновод с поглощающими стенками, вдоль оси которого двигался электронный поток с предварительной модуляцией по плотности заряда (см. рисунок 1). По мере движения потока, в среде наводится заряд. В результате взаимодействия переменного поля наведенного заряда с потоком возникает сдвиг фаз между этим полем и током пучка из-за поглощающих стенок.

Элементарная теория резистивного усилителя использует следующую модель [10]: бесконечная проводящая среда, характеризующаяся проводимостью  $\sigma$  и ДП  $\epsilon$ , пронизывается ионно-скомпенсированным электронным потоком.

Предполагаем, что поток и среда глубоко перемешаны так, что  $\epsilon, \mu, \sigma$  диэлектрическую и магнитную проницаемости, а также проводимость среды можно взять постоянными, усредненными значениями. Введем полную плотность

заряда  $\rho = \rho_m + \rho_s$ , где  $\rho_m$  – плотность заряда в среде,  $\rho_s$  – плотность заряда пучка, полную плотность конвекционного тока

$$\mathbf{i} = \mathbf{i}_s + \sigma \mathbf{E}, \quad (1.1)$$

где  $\mathbf{i}_s$  – плотность тока пучка, а компонента  $\sigma \mathbf{E}$  показывает влияние наведенного в среде заряда.

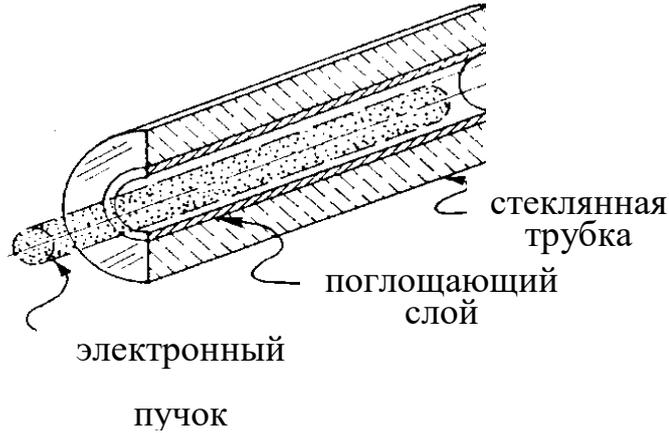


Рисунок 1 – Схема резистивного усилителя [4]

Запишем уравнения Максвелла

$$\nabla \times \vec{\mathbf{H}} = \vec{\mathbf{i}} + \varepsilon \frac{\partial \vec{\mathbf{E}}}{\partial t}, \quad (1.2)$$

$$\nabla \cdot \vec{\mathbf{E}} = \rho / \varepsilon, \quad (1.3)$$

в предположении что среда изотропна, т.е.  $\varepsilon, \mu, \sigma$  – скаляры, а не тензоры.

Взяв дивергенцию (1.2) и используя (1.3) очевидно получим уравнение непрерывности для полной плотности конвекционного тока  $\mathbf{i}$ .

$$\nabla \cdot \vec{\mathbf{i}} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0. \quad (1.4)$$

Однако справедливо и уравнение непрерывности для пучка

$$\nabla \cdot \vec{\mathbf{i}}_s + \frac{\partial \rho_s}{\partial t} = 0. \quad (1.5)$$

Таким образом, учитывая (1.1) и вычитая из (1.4) уравнение (1.5), нетрудно получить

$$\nabla \cdot \sigma \vec{\mathbf{E}} + \frac{\partial (\rho - \rho_s)}{\partial t} = 0, \quad (1.6)$$

Полагая, что все переменные пропорциональны  $\exp(j\omega t)$  и подставляя (1.3) в (1.6), получим

$$\rho_m = -\rho_s \left[ 1 + \frac{j\omega\varepsilon}{\sigma} \right]^{-1}. \quad (1.7)$$

Для волн в среде, неоднородное волновое уравнение принимает вид

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon} \nabla \rho + \mu \frac{\partial \vec{i}}{\partial t}. \quad (1.8)$$

Предполагая, что поток движется только вдоль оси  $z$  и подставляя (1.7), в цилиндрических координатах  $(r, \phi, z)$  для  $E_z \sim e^{-j\beta z}$  (1.8) можно представить как

$$\nabla_{r,\phi}^2 E_z + T^2 E_z = 0, \quad (1.9)$$

где  $T^2 = (\beta^2 - \omega^2 \mu \varepsilon + j\omega \mu \sigma) \left[ \frac{\beta_p^2}{(\beta - \beta_e)^2 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \left[ 1 + \frac{\sigma}{j\omega \varepsilon} \right]} - 1 \right]$ ,  $\beta_e = \omega/v_0$ ,  $v_0$  – средняя

скорость потока. Заметим, что фактически это волновое уравнение – уравнение Бесселя.

Для одномерной модели (пучок бесконечно широкий) нетрудно получить

$$E_z (\beta^2 - \omega^2 \mu \varepsilon + j\omega \mu \sigma) \left[ \frac{\beta_p^2}{(\beta - \beta_e)^2 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \left[ 1 + \frac{\sigma}{j\omega \varepsilon} \right]} - 1 \right] = 0. \quad (1.10)$$

Очевидно, что (1.10) (без  $E_z$ ) является уравнением четвертого порядка относительно  $\beta$ , и определяет четыре волны, две из которых затухающие волны в среде, не связанные с пучком (выражение в круглых скобках), а остальные (в квадратных скобках) – волны пространственного заряда в пучке, т.е. дисперсионное уравнение резистивного усилителя имеет вид

$$\frac{\beta_p^2}{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \left[ 1 + \frac{\sigma}{j\omega \varepsilon} \right]} = (\beta - \beta_e)^2. \quad (1.11)$$

Нетрудно видеть, что эти волны отличаются от волн в вакууме только множителем в знаменателе, которому естественно придать ему смысл эффективной ДП среды.

Заметим, что даже с конечным поперечным сечением  $T$  может приблизиться к нулю. Уравнение (1.9) – уравнение Бесселя с решением в виде  $J_n(Tr)e^{jn\phi}$ . Предположим, что поток и среда окружены идеальным проводником радиуса  $r = b$ ; тогда  $E_z(b) = 0$ . Для случая отсутствия изменений  $E_z$  с  $\phi$  ( $n = 0$ ) (т.е. аксиально симметричного поля) необходимо выполнение условия  $J_0(Tb) = 0$ , которое подразумевает  $T = 2.405 / b$  для самой низкоуровневой моды (наименьшее  $T$ ). Следовательно, при достаточно большого  $b$  получаем  $T \rightarrow 0$ .

Принцип действия резистивного усилителя можно описать на языке волн с отрицательной энергией, в которых возмущения скорости и плотности противофазны. С медленной волной пространственного заряда связан поток «отрицательной кинетической мощности». Отметим, что в рассматриваемом случае средняя мощность

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re} [i^* E] = \frac{1}{2} \operatorname{Re} [(i\omega\varepsilon - \sigma)EE^*] = -\frac{1}{2} \sigma EE^* < 0 \quad (1.12)$$

становится отрицательной.

С ростом амплитуды волны с отрицательной энергией в пучке суммарная энергия системы «среда-волна» уменьшается, т.е. медленная волна должна иметь возможность отдавать часть своей энергии среде или другим волнам. В резистивном усилителе предварительно модулированный во входном устройстве поток проходит через диэлектрическую трубку, внутренняя поверхность которой покрыта поглощающим слоем, и наводит в нём переменный заряд. Поля, создаваемые переменными зарядами, в свою очередь, воздействуют на электронный поток, изменяют переменную составляющую тока и приводит к джоулевым потерям энергии волн.

Полезно привести цитату из работы [14]: «... такие потери действуют по-разному на быструю и медленную волну. Быстрая волна (волна с положительной

энергией) затухает, а медленная нарастает; отдавая энергию среде, последняя увеличивает свою амплитуду».

Проведенные позднее в работах [15] и [16] эксперименты подтвердили справедливость описания механизма неустойчивости за счёт возбуждения медленной волны пространственного заряда – волны с отрицательной энергией.

Подчеркнем, что достоинства классического резистивного усилителя, согласно [4, 5], состоят в отсутствии необходимости синхронизма между скоростью электронов и фазовой скоростью волны, высоких значениях коэффициента усиления, а также практически в полном отсутствии обратной связи между выходом и входом, т.к. нет передачи энергии в направлении противоположном движению пучка. Таким образом, в резистивном усилителе не нужна замедляющая система, однако он нуждается в модулирующем и съемном устройствах.

Заметим, что в работе [4] описаны эксперименты с цилиндрическим электронным потоком, пронизывающим коаксиальную стеклянную трубку длиной 250мм и толщиной 0.12мм, покрытую изнутри поглощающим слоем окиси олова толщиной  $2 \cdot 10^{-4}$  мм. В качестве модулирующих устройств использовались отрезки спирали или объемные резонаторы. Для демонстрации нарастающей волны авторы проводили также эксперименты с металлической трубкой дрейфа вместо резистивной секции. Измерения проводились в диапазоне  $10\text{см} < \lambda < 30\text{см}$ . Например, в случае резистивной секции коэффициент усиления больше, чем для металлического волновода<sup>3</sup>. Эта разница ( $\approx 14$  дБ на 10мА) интерпретируется авторами как возбуждение нарастающей волны в резистивной секции. Прибор продемонстрировал достаточно широкую полосу пропускания и слабую зависимость коэффициента усиления от напряжения электронного потока, причем в случае металлического волновода зависимость существенна.

---

<sup>3</sup> В случае с металлическим волноводом усиление возможно за счет модулирующих секций, действующих как ЛБВ для отрезков спирали и как клистрон для резонаторов. Также авторы отмечают, что за исключением взаимодействия со средой волны в резистивном усилителе распространяются также как в клистроне.

## 1.2. Цилиндрическая и планарная модели резистивного усилителя

В работах [4, 5] рассматривались и более сложные модели. Например цилиндрическая модель, в которой электронный поток радиуса  $r = a$  со средней скоростью  $v_0$  и плотностью заряда  $\rho_0$  пронизывает цилиндрический волновод радиуса  $r = a$  (т.е. фактор заполнения равен 1, см. рисунок 1).

Рассмотрим также, следуя [10]<sup>4</sup>, следующую модель. Пусть волновод обладает известным значением полной комплексной проводимости  $Y = -H_\varphi / E_z|_{r=a}$ , где  $H_\varphi$  и  $E_z$  – компоненты напряженностей магнитного и электрических полей в цилиндрической системе координат, совпадающей с осью волновода [10]. Решения искались в виде ТМ-мод, т.е.  $H_z = 0$  и  $E_z \neq 0$ . Сшивая  $Y$  с входной проводимостью потока при  $r = a$ , для чего совместно решается уравнения поля и движения электронов, используя поляризационный потенциал  $\Pi$ , для основной волны, характеризующейся аксиальной симметрией  $\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0$ , при часто выполняющемся условии, что  $Y$  – медленно меняющаяся функция  $\beta(\omega)$ , получено дисперсионное уравнение второго порядка

$$\frac{\zeta a J_1(\zeta a)}{J_0(\zeta a)} = \frac{(\beta_e a)^2}{i\omega \epsilon_0 a} Y, \quad (1.13)$$

где с помощью  $\zeta$  определяется  $\beta(\omega) = \beta_e \pm \beta_p \left(1 + \frac{\zeta^2}{\beta_e^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$ ,  $J_n(\zeta a)$  – функции Бесселя

1-го рода  $n$ -го порядка.

Отмечается несколько важных случаев:

1. Усиление отсутствует в следующих условиях: при  $Y \rightarrow \infty$ , что соответствует металлическим стенкам (идеальный проводник); при  $Y \rightarrow 0$ , т.е. если проводимость отсутствует; при  $Y = iB_C$  ( $B_C > 0$ )<sup>5</sup>, что соответствует емкостной нагрузке стенок волновода.

<sup>4</sup> В которой впервые вышел перевод на русский работ [4, 5].

<sup>5</sup> В дальнейшем этот случай мы будем называть емкостной или чисто емкостной проводимостью.

2. При  $Y = -iV_L$  ( $V_L > 0$ )<sup>6</sup> – индуктивная нагрузка стенок волновода, возможно существование неустойчивости. Как известно (см. например [10]), проводящая спираль в ЛБВ при условии синхронизма представляет для электронного потока индуктивную нагрузку, а при нарушении синхронизма нагрузка становится емкостной, и усиление падает до 0.

3. При  $Y \in \text{Re}$ <sup>7</sup>, т.е. нагрузка носит чисто активный характер, возможно усиление, как и в предыдущем случае. Причем наибольшее значение усиления достигается при  $\beta_e \ll 1$ , что соответствует малому радиусу электронного потока. Реальная модель, удовлетворяющая этому условию, должна включать ряд параллельных электронных потоков, пролетающих через параллельные каналы с малым сечением в резистивной среде.

Приложению эффектов резистивной неустойчивости к СВЧ приборам на резонансном взаимодействии посвящены работы [11, 17, 18], где показана возможность улучшения характеристик релятивистского клистрона с помощью замены пространства дрейфа на среду с чисто активной проводимостью, а именно изложена самосогласованная нелинейная теория взаимодействия релятивистского пучка конечного радиуса с резистивной средой в модели резонатор – резистивная среда (трубка, изнутри покрытая тонким слоем диэлектрика) – резонатор. Под согласованностью в [11] понимается решение системы из двух нелинейных уравнений, связывающих нормированный ток и энергию электронов. Было исследовано влияние начальной модуляции энергии пучка и непосредственно влияние резистивных стенок. В частности, из расчетов показано, что до определенной длины между резонаторами можно ограничиться рассмотрением только первой гармоники тока, поскольку вклад остальных в итоговое возмущение тока пренебрежимо мал.

В качестве примера реализации прибора с индуктивной средой, можно рассмотреть предложенный в 1950-х годах Дж. Пирсом и описанный в работе Р. Компфнера [19], под названием «Изитрон» (Easitron). Уже в самом названии

<sup>6</sup> В дальнейшем этот случай мы будем называть индуктивной или чисто индуктивной проводимостью.

<sup>7</sup> В дальнейшем этот случай мы будем называть активной или чисто активной проводимостью.

отображена простота конструкции (см. рисунок 2): электродинамическая структура, с которой взаимодействует электронный поток, состоит из набора близко расположенных тонких проволок длиной в половину длины волны, соединяющих две проводящие поверхности. Когда приведенная к потоку, движущемуся вдоль системы, проводимость носит индуктивный характер, вне полосы пропускания системы возможно появление нарастающей волны в потоке электронов. У изитрона должны были быть черты резистивного усилителя, а именно: отсутствие обратной связи и слабая зависимость от скорости потока. Правда, изитрон не широкополосный прибор. О его экспериментальной реализации упоминается, но результаты эксперимента не приводятся.

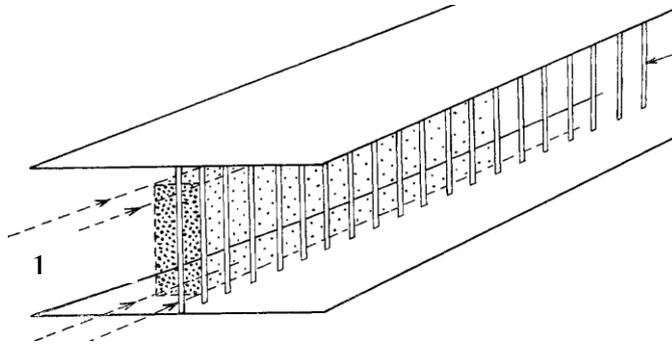


Рисунок 2 – Принципиальная схема изитрона [19]. 1 – электронный пучок

Следует также отметить работы [20, 21], в которых рассматривается линейная и нелинейная квазиоптическая теория резистивной неустойчивости в планарной модели. В отличие от настоящей работы, вторая удаленная от пучка параллельная пластина не оказывает влияния на процесс взаимодействия, поскольку расположена достаточно далеко от пучка и первой пластины. Таким образом, описываемая система является сверхразмерным планарным волноводом.

Помимо отличий в геометрии подчеркнем следующее. В работах [20, 21] изначально предполагается, что относительные проницаемости импедансной пластины удовлетворяют условию  $|\sqrt{\epsilon\mu}| \gg 1$ . Решение волнового уравнения ищется в виде электромагнитного поля, амплитуда которого спадает по поперечной к пучку оси при удалении от пучка и импедансной пластины и в линейной теории выбирается решение с наименьшим положительным инкрементом

### 1.3. Метаматериалы

Еще одним подходом к созданию сред с индуктивной проводимостью можно назвать метаматериалы, к которым при определенных условиях применимо макроскопическое описание в терминах сплошной среды, что существенно облегчает описание взаимодействия пучка и среды. Более того, такие приборы перспективны высокими расчетными коэффициентами усиления.

Отдельно выделим обзорную статью [22], в которой рассмотрен двумерный аналог метаматериала – метаповерхность в приложениях к СВЧ-электронике и оптике, а также в смежном ТГц-диапазоне. Метапленка или метаповерхность – это планарный метаматериал с субволновой толщиной.

Авторы [22] предлагают следующую классификацию композитов:

1. Длина волны сравнима или меньше периода структуры. Для исследования таких задач нужны сложные методы анализа.

2. Длина волны много больше периода структуры. В таких задачах применимо макроскопическое описание с помощью «эффективных» параметров среды (в первую очередь  $\varepsilon$  и  $\mu$ ). Именно такие среды используются в настоящей работе.

3. Период структуры мал по сравнению с длиной волны, но отдельные элементы (рассеиватели) сконструированы так, что могут резонировать с волной. Среда в таком случае является дисперсионной, но все же характеризуемой эффективными  $\varepsilon$  и  $\mu$ .

В электронике СВЧ давно известны периодические замедляющие системы (ЗС), в которых существуют волны с отрицательным коэффициентом преломления — обратные пространственные гармоники — волны с отрицательной дисперсией, например, в ЛОВ. Принципиальное отличие «старых» ЗС от «новых» заключается в том, что обычные ЗС можно рассматривать как одномерные, а левые среды – только многомерные (см. [23, 24]). Двухмерность или трехмерность левых сред приводит к их анизотропии, поэтому в них фазовая и групповая скорости могут быть направлены под разными углами друг к другу (пространственно-периодические среды ведут себя как одномерные, когда длина волны во много раз

больше периода среды), но вблизи зон непропускания существуют частотные интервалы, где анизотропией можно пренебречь.

Пожалуй, одним из самых простых способов получения ENG-метаматериала является использование пространственной решетки из тонких проводников, как показано в работах Дж. Пендри с соавторами (см. например [25]). Они исследовали управление эффективными проницаемостями при следующем требовании к структурным элементам: их величина и расстояние между ними должны быть меньше длины волны.

В благородных металлах, в соответствии с теорией Друде для свободных электронов,  $\epsilon_{\text{eff}} < 0$  на частотах ниже плазменной, находящейся в УФ-диапазоне [25]. Как известно, плазменная частота пропорциональна корню из концентрации свободных электронов, а реакция на электромагнитное излучение связана с возбуждением резонансных плазменных состояний на поверхности металла – так называемых поверхностных плазмонов и плазмонных резонансов. Однако с понижением частоты растёт диссипация плазмонов и эффект пропадает.

Напомним, что плазмон – квант плазменных колебаний. Существование плазмонов является следствием кулоновского взаимодействия между носителями заряда: возмущение плотности заряда создает электрическое поле, которое вызывает ток, стремящийся восстановить электронейтральность; из-за инерции носители «проскакивают» положение равновесия, что и приводит к коллективным колебаниям [25]. Колебание плотности заряда, локализованное у границы раздела твердых тел, называют поверхностным плазмоном.

В работах Пендри (см. например [25]) было предложено заменить сплошной металл на решетку. При такой замене как бы снижается средняя плотность и, следовательно, концентрация свободных электронов, что понижает плазменную частоту и частоту плазмонного резонанса. Таким образом, можно регулировать положение полосы частот с  $\epsilon_{\text{eff}} < 0$  путём изменения геометрических параметров. Любопытно отметить, что в такой структуре дисперсионные характеристики распространяющихся волн аналогичны волнам в нейтральной плазме. Решетка из металлической проволоки первоначально использовалась для изучения

прохождения радиоволн через ионосферу, обладающую, кстати,  $\varepsilon_{\text{eff}} < 0$  на частотах ниже плазменной.

В настоящей работе будем пользоваться моделью Друде. Простейшая структура, описываемая такой моделью ДП – решетка из проволочек. При воздействии электрического поля в них возбуждается ток, создающий эквивалентные электрические дипольные моменты [25]. Усреднение дипольных моментов образует ДП структуры с частотной зависимостью плазмонного типа [3, 25]

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_{\text{рМ}}^2}{\omega^2 + j\omega\nu}, \quad (1.14)$$

где  $\omega_{\text{рМ}}$  – частота электронной плазмы (её также можно называть плазменной частотой метаматериала),  $\nu$  – параметр затухания:

$$\omega_{\text{рМ}}^2 = \frac{2\pi c^2}{p^2 \ln\left(\frac{p}{a}\right)}, \quad \nu = \frac{2\omega_{\text{рМ}}^2 \varepsilon_0}{\pi \sigma} \left(\frac{p}{a}\right)^2, \quad (1.15)$$

где  $p$  — расстояние между проволочками,  $a$  — радиус проводника проволочки,  $c$  — скорость света,  $\sigma$  — удельная электропроводность материала проводника. Проводники расположены на расстоянии  $p$  много меньшей длины волны, распространяющейся в структуре, что позволяет считать структуру электродинамически однородной.

Следует отметить, что существует также модель Друде-Лоренца

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_{\text{рМ}}^2 - \omega_0^2}{\omega^2 - \omega_0^2 + j\omega\nu}, \quad (1.16)$$

где  $\omega_0$  – резонансная или собственная частота. Примером такого метаматериала является структура из отрезков меандров [9].

При  $\omega_0 \rightarrow 0$  модель Друде-Лоренца переходит в более простую модель Друде. Заметим, что в квантовой теории дисперсии [26] частота  $\omega_0$  заменяется суммой по нескольким частотам атомных переходов, а параметры затухания  $\nu$  определяются временами жизни возбужденного состояния. Таким образом в модели Друде-Лоренца  $\omega_{\text{рМ}}$  – частота электронной плазмы (плазмонных

колебаний), которая для сплошных металлов лежит в оптическом диапазоне и превышает большую часть частот атомных переходов  $\omega_0$  (атомов металла). Для определённой структуры, следуя работам Пендри, с помощью определенной геометрии можно понизить  $\omega_{pM}$  так, что в нужном диапазоне  $\omega_{pM}$  немного больше  $\omega$  (необходимое условие для получения метаматериала), и  $\omega_{pM}$  сравнима с частотой ближайшего атомного перехода  $\omega_0$ .

Заметим, что в случае  $\nu = 0$  модель Друде переходит к хорошо известному выражению в теории плазмы

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad (1.17)$$

где в числителе стоит плазменная частота.

Следует также отметить, что можно осуществить подобные предельные переходы и в теории резистивного усилителя. В случае комплексной проводимости

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{j\sigma}{\omega\varepsilon_0} + \frac{L}{\omega\varepsilon_0}, \quad (1.18)$$

где  $\sigma$  и  $L$  – действительная и мнимая компоненты проводимости. Сравнивая последнее выражение с формулой для модели Друде, не трудно видеть, что при

$\nu = 0$  обе формулы совпадут при  $\frac{L}{\omega\varepsilon_0} = -\frac{\omega_{pM}^2}{\omega^2}$  (т.е. проводимость чисто

индуктивная), и обе формулы совпадут с  $\varepsilon(\omega)$  для плазмы. Таким образом формально среду с комплексной проводимостью также можно отнести к метаматериалам.

#### 1.4. Сплошные метаматериалы

Развиваемый в настоящей работе подход предполагает, что бесконечно широкий пучок хорошо перемешан со средой с КДП. Заметим, что классические работы рассматривали сплошную среду с требуемыми свойствами, предполагая возможность практической реализации в виде множества тонких пролетных каналов в среде.

В предыдущем разделе рассматривались регулярные структуры, для описания электродинамических свойств которых справедлив подход сплошной среды. Рассмотрим работы по метаматериалам представляющим собой сплошные среды или макроскопически однородные композиты, которые обладают требуемыми свойствами в том числе и в терагерцовом диапазоне.

Рассмотрим механизмы возникновения отрицательной диэлектрической проницаемости (ДП). ДП – это величина, описывающая реакцию электрических зарядов материала на приложенное электрическое поле. Например, для композитов, состоящих из проводящих наполнителей и матрицы-изолятора, ДП положительна, когда содержание наполнителя невелико. В этом случае однородно распределенные наполнители изолированы в изолирующей матрице. Если увеличить содержание наполнителя, то за счет роста межфазной поляризации увеличится ДП композитов [27, 28]. При дальнейшем увеличении содержания проводящего наполнителя превышает порог перколяции<sup>8</sup>: содержание проводящих наполнителей достаточно высоко для формирования перколяционных путей, в результате чего электропроводность композитов существенно возрастает, а ДП из положительной превращается в отрицательную [29, 30].

Можно заключить, что возможность отрицательности ДП композитов тесно связана с образованием перколирующих сетей из взаимосвязанных проводящих наполнителей. Когда композиты помещаются в электрическое поле, электроны будут ускоряться под действием силы электрического поля, а затем оттягиваются назад под действием кулоновской силы, оказываемой положительными ядрами ионов. Такой повторяющийся процесс движения электронов в переменном электрическом поле рассматривается как плазменные осцилляции (плазмоны) [31, 32]. Широко распространено мнение (см. например [33, 34]), что поведение отрицательной ДП, вытекающее из плазмонного состояния свободных электронов, подобно плазме, можно вывести из модели Друде (1.14), причем  $\omega_{pM}$  для рассматриваемых композитов определяется содержанием проводящих

---

<sup>8</sup> Напомним, что под перколяцией в данном случае подразумевается прохождение электрического тока через совокупность проводящих и непроводящих элементов.

наполнителей, поскольку свободные электроны в этих гетерогенных композитах в основном внедряются именно таким образом. Заметим, что отрицательная ДП композитов перколяционный проводник/изолятор может быть настроена путем регулирования состава [35].

Существует и иной способ реализовать отрицательную ДП – через диэлектрический резонанс в диэлектрических компонентах или изолированных проводниковых наполнителях композитов. В этом случае отрицательная ДП проявляется только в узком диапазоне вблизи резонансной частоты, что может быть хорошо описано моделью Лоренца [36, 37]:

$$\operatorname{Re}\varepsilon = 1 + \frac{\omega_{\text{PM}}^2 (\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\nu)^2}, \quad (1.19)$$

где  $\nu$  – параметр затухания,  $\omega_0$  – частота диэлектрического резонанса.

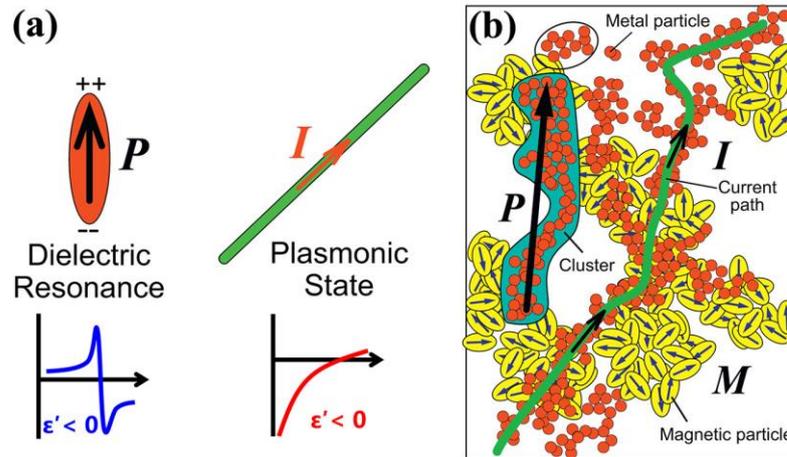


Рисунок 3 – Качественное пояснение моделей Лоренца и Друде (а), пример структуры метаматериала (b) и зависимость действительной части ДП от частоты сигнала. Красными кружками показаны результаты натурального эксперимента [38]

На рисунке 3 а и б<sup>9</sup> показанный механизм отрицательной ДП в композитах может быть объяснен диэлектрическим резонансом и плазмонным состоянием свободных электронов, индуцированным в перколирующих путях [38].

<sup>9</sup> Заметим, что в состав композита были включены ферромагнитные частицы для обеспечения отрицательной магнитной проницаемости. Соответственно для рассматриваемого случая, когда только ДП отрицательна ферромагнитные частицы в состав композита можно не включать.

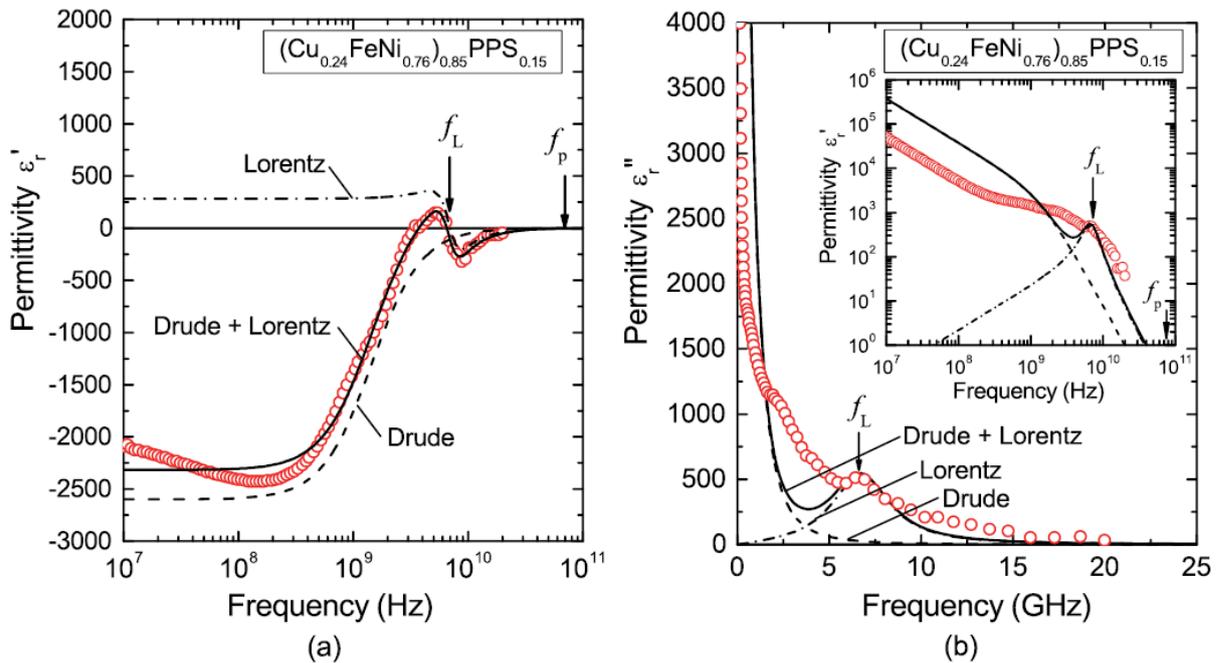


Рисунок 4 – Зависимость компонент (а-действительной, b - мнимой) ДП от частоты сигнала. Красными кружками показаны результаты натурального эксперимента[39]

Иногда резонансное и плазмонное поведение отрицательной ДП могут наблюдаться одновременно, как показано на рисунке 4. Для композитов с проводящими наполнителями содержание которых близко к порогу перколяции, резонансный отклик изолированных частиц и плазмонного состояния, индуцированного в связанные сети, могут быть реализованы одновременно, что приводит к сложным спектрам проницаемости, которые можно объяснить, объединив модель Друде и Лоренца [39, 40]. Таким образом, материалы с перестраиваемой отрицательной проницаемостью могут быть получены с помощью процесса приготовления композитов. Гомогенные материалы - керамика или полимеры – также перспективны в качестве метаматериалов с отрицательной ДП с соответствующей концентрацией свободных электронов. Заметим, что частоту плазмы можно регулировать в диапазоне от нескольких кГц до ГГц и даже оптического диапазона, изменяя среднюю концентрацию электронов, таким образом, отрицательная ДП может быть настроена в очень широком диапазоне частот.

## 1.5. Применение метаматериалов в вакуумной СВЧ электронике

В настоящее время существует тенденция внесения метаматериалов в известные СВЧ-приборы. В работе [41] изложены результаты теории и численного эксперимента по теории плоского диэлектрического Черенковского мазера (ДЧМ). Модель представляет собой плоский волновод, внутренние стенки которого покрыты слоем диэлектрика, внутри волновода движется ленточный электронный поток.

В работе [42] модель ДЧМ расширили, включив в планарную модель метаматериалы, которые можно характеризовать отрицательной диэлектрической  $\epsilon(\omega)$  и/или магнитной  $\mu(\omega)$  эквивалентными проницаемостями. В одном из вариантов такого мазера метаматериал наносится на внутреннюю поверхность металлических пластин, вдоль которых движется ленточный электронный поток. Заметим, что математический аппарат для данной модели остался таким же, как и для ДЧМ в [41]. Из этой работы также четко видно (см. рисунок 5), что левая среда возможно только в довольно узком частотном диапазоне.

Работа [42] служит доказательством того, что, во-первых, метаматериал «работает» в СВЧ-диапазоне и, во-вторых, что к описанию его работы применим математический аппарат, развитый для диэлектрических сред.

Можно отметить работы, в которых рассматривались ЗС с элементами из метаматериала в ЛБВ [43-55], в ЛОВ [56-78], причем есть результаты не только численного, но и натурального эксперимента. Отметим работу [79], посвященную двухлучевой ЛОВ с «левой средой» и работу [80], посвященную магнетрону с замедляющей системой из анизотропного метаматериала с  $\epsilon$  вблизи нуля. В работах [81, 82] рассмотрено применение метаматериалов в резонаторах клистрона для улучшения выходных характеристик. Заметим, что несколько известных коллективов авторов выпустили обзорную статью [83], посвященную своим работам по применению «левых сред» в качестве ЗС.

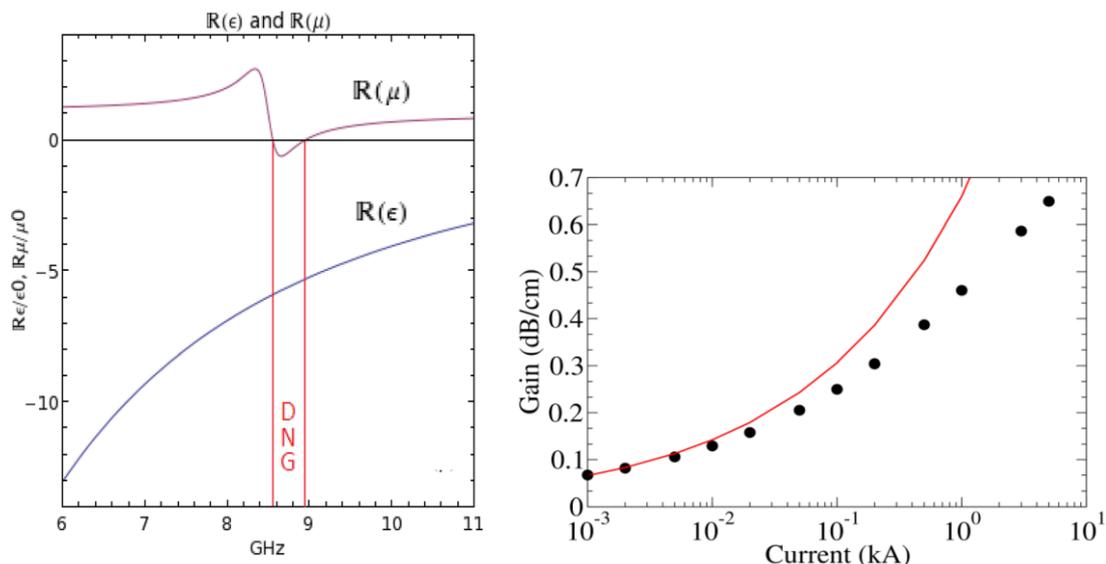


Рисунок 5 – (слева) Действительные части диэлектрической и магнитной проницаемостей структуры от частоты и область, где структуры становится левой средой. (справа) Теоретическая (кривая) и численная (точка) оценка зависимости погонного коэффициента усиления от тока пучка [42]

### 1.6. Дополненный метаматериалом резистивный усилитель

Отдельно выделим серию работ [9, 7-8, 84, 85], в которой было предложено вернуться к резистивному усилителю, с учетом последних исследований по метаматериалам. В статье [7] было предложено использовать в качестве резистивного слоя в резистивном усилителе композитный материал с отрицательной диэлектрической проницаемостью. Предложены два варианта использования слоя из метаматериала (см. рисунок 6).

Первый (см. рисунок 6 слева): использование метаматериала с  $\epsilon < 0$  в качестве защитного материала резистивного слоя позволяет получить экстремально высокие уровни усиления, достигающие 100дБ/м. Т.е. на стенки металлического волнового сначала наносится слой метаматериала без потерь, а затем поверх него, поглощающий (резистивный) слой, оставляя место для пролетного канала.

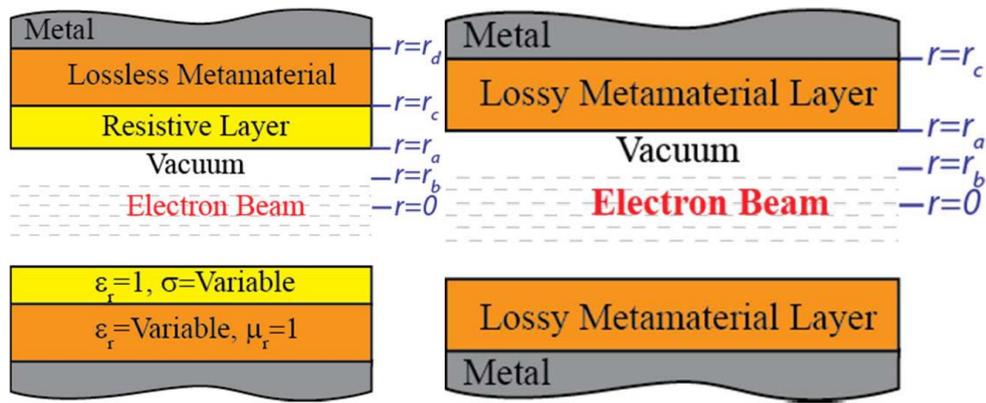


Рисунок 6 – Варианты применения метаматериала: резистивный слой покрывает метаматериал (слева) и только метаматериал с потерями (справа) [7]

В случае метаматериала без потерь авторы для расчета коэффициента усиления воспользовались тем же математическим аппаратом, который применяется в теории классического резистивного усилителя [4, 5]. Кроме очевидного недостатка, связанного с тем, что реальные структуры всегда имеют потери, в данном случае требуется очень тонкий слой покрытия внутренней поверхности на подложке из метаматериала, что может быть труднодостижимо в реальных конструкциях.

Второй (см. рисунок 6 справа): использовать только ENG-метаматериал с потерями (например, по модели Друде), что проще осуществить, т.к. нет необходимости наносить тонкий резистивный слой на метаматериал, окружающий пучок. Вторая модель по расчётам обеспечивает коэффициент усиления более чем 150дБ/м.

Однако вызывает вопросы способ подсчета коэффициента усиления, поскольку для этого использовались переменные компоненты скорости в двух точках, где наблюдается локальный максимум.

В работе [7] рассматривался волновод, который изнутри равномерно покрыт изотропным метаматериалом, оставляя место для пролетного канала. Простейшим примером такого метаматериала может служить решетка из проводников (см. рисунок 7). Таким образом пролетая над такой структурой предварительно промодулированный пучок взаимодействует с ней как с однородной средой, при правильно подобранной геометрии решетки.

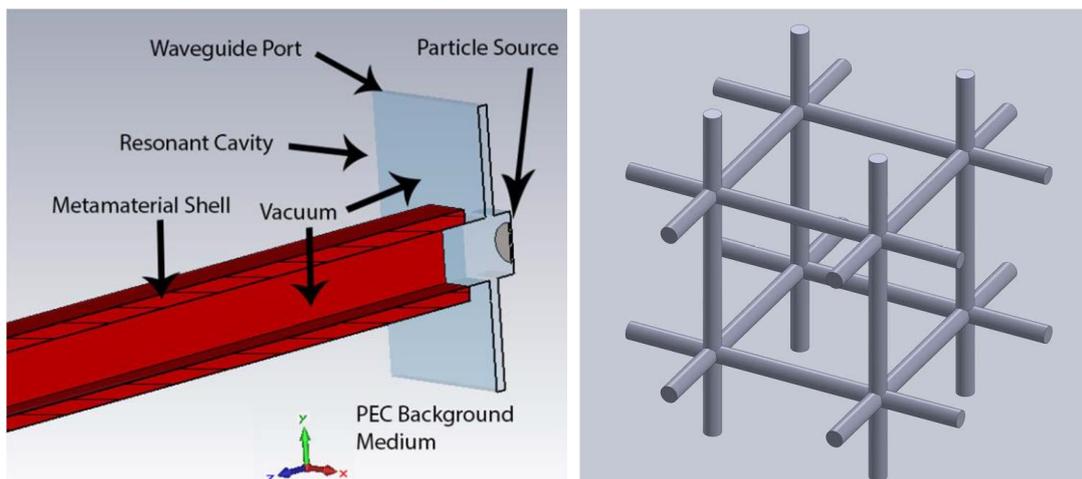


Рисунок 7 – Пример модели для PIC моделирования (слева) и структуры из проводников (справа) из статьи [7]

В работе [8] было предложено перейти от изотропных к анизотропным метаматериалам, поскольку предварительные расчеты показали, что для анизотропного метаматериала можно получить более высокий коэффициент усиления, но в более узкой области частот (см. рисунок 8).

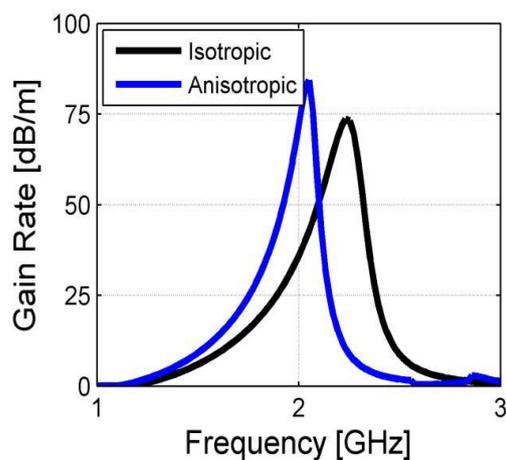


Рисунок 8 – Частотная зависимость погонного коэффициента усиления для изотропного и анизотропного метаматериала [8]

Для того чтобы рассчитать параметры анизотропного метаматериала авторы [8] обратились к статье [86], в которой показан способ вычисления  $\epsilon$  и  $\mu$  из коэффициента преломления и волнового сопротивления, рассчитываемых из геометрии и состава материала для 3-х типов структур: стержней, резонатора с разорванным/разрезанным кольцом (SRR, от англ. split-ring resonator) и комбинации стержней с SRR. Например, для стержней электрическое поле

направлено вдоль  $Ox$ , а волновой вектор перпендикулярен стержню и в выбранном частотном диапазоне только  $\epsilon_x < 0$  (см. рисунок 9). Таким образом можно предположить, что в случае взаимодействия электронного пучка со структурой из ряда стержней он должен лететь вдоль вертикально ориентированными стержнями (что напоминает изитрон).

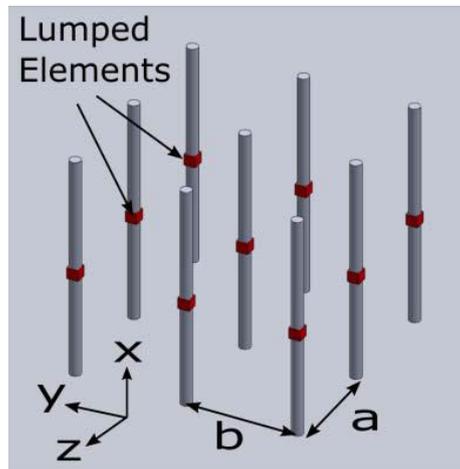


Рисунок 9 – Пример структуры из стержней с нагруженными элементами [8]

Такая модель описывает анизотропный метаматериал. Её можно усложнить, добавив к стержням нагруженные элементы (см. рисунок 9) чтобы уменьшить эффективную плазменную частоту структуры из проволочной сетки, сохраняя при этом заданное расстояние между проводами, т.е. можно добавить сосредоточенный LC-элемент, что увеличит индуктивность проводов [87]. Авторы [8] делают вывод, что в таком случае в пучке распространяется ТМ-мода.

По мнению авторов [8], к подобной структуре есть 2 требования. Первое: полученная структура является метаматериалом (видимый потоком как непрерывная среда) только при расстояниях между проволоками намного меньше, чем длина волны, т.е.  $a/\lambda_e \ll 1$ , где  $\lambda_e$  – замедленная длина волны, а – расстояние между проводами. Например, проволочные элементы должны быть расположены на расстоянии, меньшем или равном одной десятой длины волны<sup>10</sup>. Второе: для большего усиления эффективная плазменная частота метаматериала  $\omega_{p,eff}$  должна быть близкой к рабочей частоте устройства, но немного превышающей ее

<sup>10</sup> Заметим, что в некоторых статьях было упомянуто, что и  $1/7.3$  тоже допустимо.

( $\omega_{p,eff} > \omega$ ), что приводит к отрицательной, но близкой к нулю диэлектрической проницаемости. Поэтому для рабочих частот ГГц и ТГц-диапазонов необходимо снижение  $\omega_{p,eff}$ , для сплошного материала находящейся в УФ-диапазоне.

Почему снижается плазменная частота? В терминологии работы [88] это объясняется на примере структуры из стержней следующим образом: при воздействии на стержень любая восстанавливающая сила будет взаимодействовать не только с массой покоя электрона, но и с самоиндукцией проволоочки. Из-за этого эффективная масса электрона в стержне сильно увеличена по сравнению с массой покоя. Её авторы [88] предлагают вычислять с помощью полного числа электронов на единицу длины и собственной индуктивности на единицу длины. Т.к. эффективная масса увеличивается – плазменная частота уменьшается. Например, для тонкого алюминиевого стержня радиусом 1 мкм в кубической решетке (стержень в центре этой ячейки) 5мм×5мм×5мм плазменная частота может быть снижена примерно до 8.2 ГГц.

Однако в плане изготовления проще сделать структуру из отрезков меандров, при этом  $\epsilon$  вычисляется по методу, описанному в [86], где S-параметры элементарной ячейки метаматериала моделируются и затем используются для вычисления средней эффективной диэлектрической проницаемости. В качестве аналитической модели для сравнения выступают бесконечные по Oу пластины (пучок летит между ними вдоль Oz) ENG-метаматериала, анизотропного по Oх, для которого  $\epsilon_x$  рассчитывалась по модели Друде. В качестве практически реализуемого (и моделируемого в CST Particle Studio) анизотропного (вдоль Oх) ENG-метаматериала авторы рассматривали периодический массив отрезков идеально проводящих меандров, поставленных параллельно Oх и периодически расположенных вдоль Oу и Oz (см. рисунок 10).

Как видно из рисунка 11, модель сплошного метаматериала Друде показывает хорошее соответствие (как по  $\epsilon$ , так и по коэффициенту усиления) с результатами численного эксперимента для структуры из меандров при выбранных параметрах.

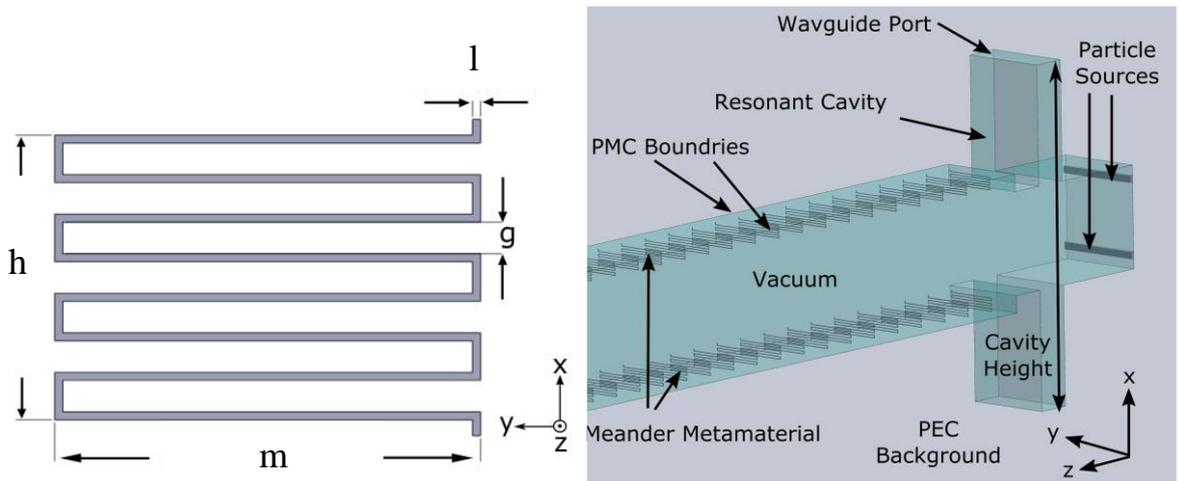


Рисунок 10 – Отрезок меандра и модель, используемая для моделирования в CST Particle Studio. Размеры меандра: ширина  $m=15$  мм, толщина проводника  $l=0.15$  мм, зазор  $g=0.6$  мм, высота  $h = 5$  мм, толщина меандра 0.1 мм. Размеры элемента структуры, куда входит меандр (в центре) и пустое пространство, вдоль  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$ :  $5\text{мм}\times 25\text{мм}\times 4\text{мм}$  [8]

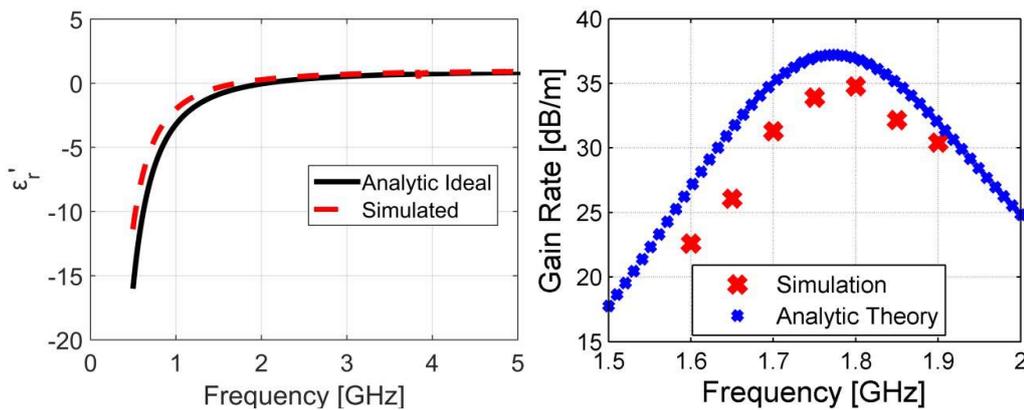


Рисунок 11 – Зависимости действительной компоненты  $\epsilon_x$  и погонного коэффициента усиления от рабочей частоты, полученные из аналитической модели и численного эксперимента. Для модели Друде: плазменная частота 2.05ГГц, частота столкновений 1Гц [8]

## 1.7. Выводы

В данной главе представлен краткий обзор как классических, так и современных работ, посвященных резистивному усилителю, а также использованию метаматериалов в вакуумной СВЧ-электронике. Вместе с тем остались малоизучены следующие вопросы.

1. Отсутствует нелинейная теория резистивной неустойчивости О-типа, способная учитывать различные случаи комплексной диэлектрической проницаемости среды.

2. Не изучены вопросы о применении среды с различными случаями комплексной диэлектрической проницаемости в классических вакуумных СВЧ усилителях О-типа вместо пространства дрейфа, а также нет соответствующих достаточно полных теорий.

3. Слабо изучено влияние толщин слоёв и их взаимное расположение в планарной модели резистивного усилителя.

## Глава 2. Гибридные резонансные приборы О-типа со средой с комплексной диэлектрической проницаемостью

В этой главе изложена нелинейная теория взаимодействия электронного потока с высокочастотными полями в средах с комплексной проводимостью с использованием волнового метода Овчарова-Солнцева. Применение этой теории продемонстрировано в гибриде резистивного усилителя с моделью обычного двухрезонаторного клистрона. А также рассмотрена модель гибрида резистивного усилителя с клистроном с распределенным взаимодействием (КРВ).

### 2.1. Нелинейная теория взаимодействия электронного потока с полями сред с комплексной диэлектрической проницаемостью на основе метода принудительной гармонизации

Напомним, что основная идея данного метода, который является разновидностью волнового метода Овчарова-Солнцева, заключается в следующем [89]: если предположить, что воздействие на пучки имеет периодический характер, то описывающие поведение электронов усредненные переменные величины можно разложить на конечное число сильно нелинейных волн. При этом переменную часть угла пролета электронов (периодическую функцию времени влета) можно представить в виде ряда Фурье с небольшим количеством членов. В простейшем случае, которым и будем пользоваться в данной работе, учитывается только первая гармоника.

Будем в этом разделе исследовать следующую модель: ионнокомпенсированный одномерный<sup>11</sup> электронный поток пронизывает входной резонатор, модулируется по скорости и влетает в среду с комплексной диэлектрической проницаемостью (КДП) и/или с произвольной комплексной проводимостью. Считаем, что на все электроны данного поперечного сечения пучка действует одинаковое усредненное по сечению электрическое поле, и что

---

<sup>11</sup> Для простоты в данном разделе рассматривается одномерная модель, хотя указанный метод применим и для пучка конечных размеров с цилиндрической симметрией. Результаты учета ограниченных поперечных размеров пучка и граничных условий на основе метода принудительной гармонизации приведены в п. 3.3.3.

движение электронов однонаправленное. Кроме того, предполагается, что модуляция электронов по скорости мала, однако никаких ограничений на глубину модуляции потока электронов по току и плотности не накладывается.

Прежде всего ещё раз укажем пределы применимости развиваемого метода. Во-первых, начальная модуляция скорости должна быть малой, а начальная модуляция по плотности отсутствовать, что на практике, например, может соответствовать клистрону с узким зазором непосредственно перед средой. Во-вторых, учет одной гармоники оставляет без внимания влияние остальных гармоник, которым можно пренебречь только до первого максимума первой гармоники тока включительно и, следовательно, поведение за первым максимумом данный метод описать не может. В-третьих, из-за выдвинутых предположений максимальный нормированный ток ограничен значением 1.16 – максимумом функции Бесселя.

### 2.1.1. Вывод основных уравнений

Введем время в переменных Лагранжа:  $t_1(x, t_0)$  – это момент времени, в который электроны потока, влетевшие в пространство взаимодействия в момент  $t_0$ , окажутся в точке с координатой  $x$

$$\omega t_1(x, t_0) = \omega t_0 + \beta_e x + \theta(x, t_0), \quad (2.1)$$

где  $\theta(x, t_0)$  – возмущение угла пролета электронов под действием поля,  $\omega$  – рабочая частота,  $\beta_e = \omega/v_0$ ,  $v_0$  – средняя скорость потока.

Уравнение движения в переменных Эйлера имеет вид:

$$\frac{dv}{dt_1} = \eta E_{пз}, \quad (2.2)$$

где  $\eta$  – удельный заряд электрона.

В дисковой модели электронного пучка [89] напряженность поля пространственного заряда в случае влета пучка в вакуум будет иметь вид

$$E_{пз} = \text{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{j}{n\omega\pi b^2 \epsilon_0} I_n(x) e^{jn\omega t_1}, \quad (2.3)$$

$$I_n(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} I(x, t_1) e^{-jn\omega t_1} d(\omega t_1) \quad (2.4)$$

–  $n$ -ая пространственная гармоника тока пучка,  $b$  – радиус пучка,  $\varepsilon_0$  – диэлектрическая проницаемость вакуума,  $j$  – мнимая единица.

В случае влета пучка не в вакуум как в (2.3), а в среду с КДП, которую будем рассчитывать по модели комплексной проводимости [12], напряженность поля пространственного заряда примет вид (уравнение (2.4) не измениться)

$$E_{пз} = \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{j}{n\omega\pi b^2 \varepsilon \left(1 - \frac{j\Xi}{n\omega\varepsilon} + \frac{B_L}{n\omega\varepsilon}\right)} I_n(x) e^{jn\omega t_1}, \quad (2.5)$$

где  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды в пределе бесконечной частоты,  $\Xi + jB_L$  – комплексная проводимость среды.

Нетрудно видеть, что в данном разделе, в отличие от классического применения волнового метода к теории пролетного клистрона, предполагается, что диэлектрическая проницаемость среды носит комплексный характер и следуя работе [12], для частоты  $n\omega$  она будет равна  $\varepsilon \left(1 - \frac{j\Xi}{n\omega\varepsilon} + \frac{B_L}{n\omega\varepsilon}\right)$ .

Полный ток, очевидно, будет иметь вид:

$$I = I_0 + \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} I_n e^{jn\omega t_1}, \quad (2.6)$$

где  $I_0$  – постоянная компонента тока пучка.

Закон сохранения заряда для пучка примет вид:

$$I_0 d(\omega t_0) = I(x, t_1) d(\omega t_1). \quad (2.7)$$

Перепишем выражение (2.4), используя (2.7):

$$I_n(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} I_0 e^{-jn(\omega t_0 + \beta_e x + \theta)} d(\omega t_0). \quad (2.8)$$

Выражение (2.8) удобно представить в виде:

$$I_n(x) = I_0 I'_n e^{-jn\beta_e x}, \quad (2.9)$$

где

$$I'_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-jn(\omega t_0 + \theta)} d(\omega t_0). \quad (2.10)$$

Вернемся к уравнению движения (2.2): перепишем его из переменных Эйлера в переменные Лагранжа

$$\frac{dv}{dt_1} = - \frac{\frac{v_0^2}{\beta_e} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}}{\left(1 + \frac{1}{\beta_e} \frac{\partial \theta}{\partial x}\right)^3}. \quad (2.11)$$

Введем  $\omega_p^2 = \frac{\eta I_0}{\varepsilon_0 \pi b^2 v_0}$  – квадрат плазменной частоты и  $\beta_p^2 = \frac{\omega_p^2}{v_0^2}$ . Будем

предполагать малость модуляции, следовательно, производной в знаменателе можно пренебречь, тогда (2.11) с учетом (2.6) и (2.9) примет вид:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = -\text{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{j \varepsilon_0 \beta_p^2}{n \varepsilon \left(1 - \frac{j \Xi}{n \omega \varepsilon} + \frac{B_L}{n \omega \varepsilon}\right)} I'_n e^{jn(\omega t_0 + \theta)}. \quad (2.12)$$

Следуя методике [90], будем считать, что воздействие на пучок имеет периодический характер, поэтому переменную часть угла пролета электронов можно представить в виде ряда Фурье, учитывая только нулевой и первый член разложения

$$\theta = \frac{\theta_0}{2} + \text{Re} \theta_1 e^{j\omega t_0} = \frac{\theta_0}{2} + B \cos(\omega t_0 + \varphi), \quad (2.13)$$

где  $\theta_1 = B e^{j\varphi}$ . Воспользуемся выражением

$$\frac{1}{2\pi} \int_{0+\alpha}^{2\pi+\alpha} e^{-j(nz - \Phi \sin z)} dz = J_n(\Phi), \quad (2.14)$$

где  $J_n(\Phi)$  – функция Бесселя  $n$ -го порядка. Тогда из (2.10) и (2.12) с учетом (2.13) и (2.14) (не приводя выкладки по подстановке (2.13) в соответствующие уравнения и последующие интегрирования), введя  $\Omega = \omega/\omega_p$ ,  $\xi = \beta_p x$ ,  $j\sigma + L = \frac{j\Xi + B_L}{\omega_p \varepsilon_0}$  и для

простоты полагая  $\varepsilon = \varepsilon_0$ , получим:

$$\frac{d\mu}{d\xi} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4\Omega\sigma J_n^2(nB)}{(n\Omega + L)^2 + \sigma^2}, \quad (2.15)$$

$$\frac{d^2B}{d\xi^2} - \frac{(C_1 - 2\mu)^2}{B^3} = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\Omega(n\Omega + L)}{(n\Omega + L)^2 + \sigma^2} \frac{1}{n} \frac{dJ_n^2(nB)}{dB}, \quad (2.16)$$

где  $B$  имеет смысл параметра группировки,  $\mu = d\theta_0 / (2d\xi)$  – изменение скорости пучка по координате как единого целого,  $C_1$  – константа интегрирования<sup>12</sup>. Таким образом, необходимо решить систему из 2-х дифференциальных уравнений (2.15) и (2.16) чтобы найти 1-ю гармонику тока, полученную из (2.10), из соотношения

$$I_1 = 2J_1(B) e^{-j \left( \frac{\pi}{2} + \int_0^{\xi} \mu(\zeta) (1 + B^{-2}(\zeta)) d\zeta \right)}, \quad (2.17)$$

где  $I_1$  – нормированный на  $I_0$  ток 1-й гармоники.

Следуя [91], можно разложить Бесселевы функции в (2.15) и (2.16) в ряды при  $B \ll 1$

$$\frac{d\mu}{d\xi} = 2\Omega\sigma q = \sum_n \frac{\Omega\sigma}{(n\Omega + L)^2 + \sigma^2} \frac{B^2}{1 + b^2} \left( 1 + \frac{3}{4} \frac{b^2 B^2}{2^2 + b^2} + \dots \right), \quad (2.18)$$

$$\frac{d^2B}{d\xi^2} - \frac{(C_1 - 2\mu)^2}{B^3} = -\Omega Q = - \sum_n \frac{\Omega(n\Omega + L)}{(n\Omega + L)^2 + \sigma^2} B \left( 1 + \frac{3}{2} \frac{b^2 B^2}{2^2 + b^2} + \dots \right). \quad (2.19)$$

Очевидно, что если линеаризовать систему из двух последних уравнений, то получим

$$\frac{d\mu}{d\xi} = 0, \quad (2.20)$$

а уравнение (2.16), при учете только первой гармоники, примет вид

$$\frac{d^2B}{d\xi^2} + \frac{\Omega(\Omega + L)}{(\Omega + L)^2 + \sigma^2} B = 0. \quad (2.21)$$

<sup>12</sup> Заметим, что в (2.13) на самом деле 3 функции  $\xi$ :  $\theta_0$ ,  $B$  и  $\varphi$ . Однако выражение, содержащее вторую производную  $\varphi$  по  $\xi$ , получается равным правой части (2.15), взятой с минусом. Взяв неопределенный интеграл по  $\xi$  от суммы (2.15) и указанного выражения, получаем эту константу, т.к. в следствие «аннигиляции» правых частей сумма (2.15) и указанного выражения равна 0.

Если предположить, что  $V \sim e^{-j\beta\xi}$ , то из (2.21) следует, что корни характеристического уравнения будут равны

$$\beta = \pm j \sqrt{\frac{\Omega(\Omega + L)}{(\Omega + L)^2 + \sigma^2}}, \quad (2.22)$$

что соответствует мнимым частям корней дисперсионного уравнения классического резистивного усилителя (в нормировке данного раздела) при  $\sigma = 0$ .

В работе [12] был проведен приближенный учет нелинейности процессов группирования, а именно ищется первая гармоника тока в случае индуктивной проводимости среды. Укажем условия, при которых результаты работы [12] совпадают с результатами настоящего раздела<sup>13</sup>. Во-первых, как и в классической теории клистрона, должна быть начальная модуляция по скорости без модуляции по плотности, что в используемых переменных эквивалентно отсутствию начальной модуляции тока в [12]. Во-вторых, показатель экспоненты в (2.17) должен быть равен 0, это значит, что независимая от времени компонента возмущенного угла пролета электрона  $\theta_0$  постоянна, иначе весь пучок будет смещаться, и фаза тока будет изменяться. То есть подобно классической теории кинематической группировки возмущение угла пролета описывается функциями Бесселя от параметра группировки. Это, в частности, приводит к условию  $C_1 = 2\mu|_{\xi=0}$ .

Будем исследовать гармоники тока при следующих начальных условиях, которые описывают случай только скоростной модуляции пучка

$$\left. \frac{dV}{d\xi} \right|_{\xi=0} = \chi, \quad V|_{\xi=0} = 0, \quad \mu|_{\xi=0} = 0, \quad C_1 = 0, \quad (2.23)$$

где  $\chi$  – начальная модуляция скорости. Можно показать, что зависимости первой гармоники тока вблизи первого максимума почти не меняются с ростом числа гармоник, учитываемых в решении уравнений, из чего следует, что для дальнейших расчетов можно ограничиться только первой гармоникой.

<sup>13</sup> Вывод обобщенных формул из [12] приведен в п. 3.2.2 настоящей работы.

Заметим, что если изначально предполагать, что пучок распространяется в вакууме (т.е.  $\sigma = L = 0$ ), то  $B$  становится чисто действительным, что соответствует классической теории волнового метода Овчарова-Солнцева (см. [89])

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 B}{\partial \xi^2} = -2J_1(B)[J_0(B) - J_2(B)] \\ I_1 = 2J_1(B)e^{j\frac{\pi}{2}\xi} \end{cases}. \quad (2.24)$$

Таким образом из выражений (2.16) и (2.17), впервые полученных в данном разделе, можно перейти к выражениям для классического применения волнового метода Овчарова-Солнцева (2.24).

Если считать модуляцию по скорости слабой, то правую часть первого уравнения (2.24) нетрудно разложить в степенной ряд по  $B$ , который не приводим из-за громоздкости. Кроме того, если пучок бесконечно широкий, то степенной ряд сокращается до одного слагаемого

$$2\Omega J_1(B)[J_0(B) - J_2(B)] = \Omega B. \quad (2.25)$$

Тогда решение первого уравнения (2.24) принимает хорошо известный вид (ср. с [89])

$$B = -\frac{\omega}{\omega_p} \frac{\tilde{v}(0)}{v_0} \sin \beta_p x = -j \frac{\xi M \theta_0}{2} \frac{\sin \beta_p x}{\beta_p x}, \quad (2.26)$$

которое приобретает смысл параметра группирования, причем  $B < 1$ .

### 2.1.2. Фазовый портрет рассматриваемой модели

В рамках представлений волнового метода исследуем по хорошо известной из теории колебаний методике (см. например [92]) особые точки в случае чисто индуктивной проводимости, учитывая только первую гармонику. Так как  $\sigma = 0$ , очевидно, что  $\mu = \text{const}$ , а (2.16) при указанных условиях примет вид

$$\frac{d^2 B}{d\xi^2} = -\frac{2\Omega J_1(B)}{\Omega + L} [J_0(B) - J_2(B)]. \quad (2.27)$$

Если разложить функции Бесселя в ряд Тейлора при малых  $B$  и ограничиться первым членом разложения, то уравнение (2.27) примет вид:

$$\frac{d^2B}{d\xi^2} = -\frac{\Omega B}{\Omega + L}. \quad (2.28)$$

Считая  $B \sim e^{\lambda \xi}$ , получим

$$\lambda = \pm j \sqrt{\frac{\Omega}{\Omega + L}}. \quad (2.29)$$

Нетрудно видеть, что получилось уравнение линейного осциллятора, очевидно имеющего одну особую точку при  $B=0$ . Исследуем эту точку на устойчивость и влияние проводимости на тип особых точек. Если  $L < -\Omega$ , то  $\Omega + L < 0$ , а  $\lambda$  – чисто действительное и состояние равновесия – седло. Если  $L > -\Omega$ , то  $\Omega + L > 0$ , следовательно  $\lambda$  – чисто мнимое и состояние равновесия – центр. Следует, однако, оговориться, что чисто мнимые собственные числа не являются достаточным условием того, что точка – центр, т.к. возможны ситуации, когда это не так [93].

Отметим, что к полученным результатам применима механическая аналогия: частица движется в потенциальной яме возле минимума, а если ей хватает энергии, то она может выбраться из ямы и пройти через другие.

Вернемся к особым точкам уравнения (2.27). В случае обычного клистрона (рисунки 12а, в), так же как показано в лекциях Л. А. Вайнштейна и В. А. Солнцева [94], в точке  $B=0$ ,  $\lambda_{1,2} = \pm j\lambda$ , где  $\lambda$  – чисто действительное, следовательно состояние равновесия – центр; в точках  $B \approx \pm 1.84$   $\lambda_1 > 0$ ,  $\lambda_2 < 0$ , а следовательно состояние равновесия – седло. Что касается остальных экстремумов (не приведенных на рисунке 12), то в максимумах также седла, а в минимумах центры.

Если проводимость индуктивная и  $L < -\Omega$ , то ситуация меняется: при  $B=0$   $\lambda_1 > 0$ ,  $\lambda_2 < 0$ , т.е. состояние равновесия – седло (см. рисунок 12г), а в  $|B| \approx 1.84$   $\lambda_{1,2} = \pm j\lambda$ , т.е. состояние равновесия – центр.

Физические процессы, отраженные на рисунке 12г, опишем согласно [12]. При  $L/\Omega > -1$  напряженность электрического поля, создаваемого наведенным зарядом, складывается в фазе с силами пространственного заряда в пучке, в результате чего увеличивается продольное расталкивание электронов и усиление волн пространственного заряда оказывается невозможным. При  $L/\Omega < -1$  силы

пространственного заряда в пучке и силы, создаваемые наведенным зарядом, оказываются в противоположных фазах, что приводит к улучшению условий группировки электронов в пучке. При выполнении условия  $L/\Omega = -1$  в среде наступает резонанс: токи смещения и индуктивные токи в среде становятся равными друг другу по величине, а наведенный заряд стремится к  $\infty$ .

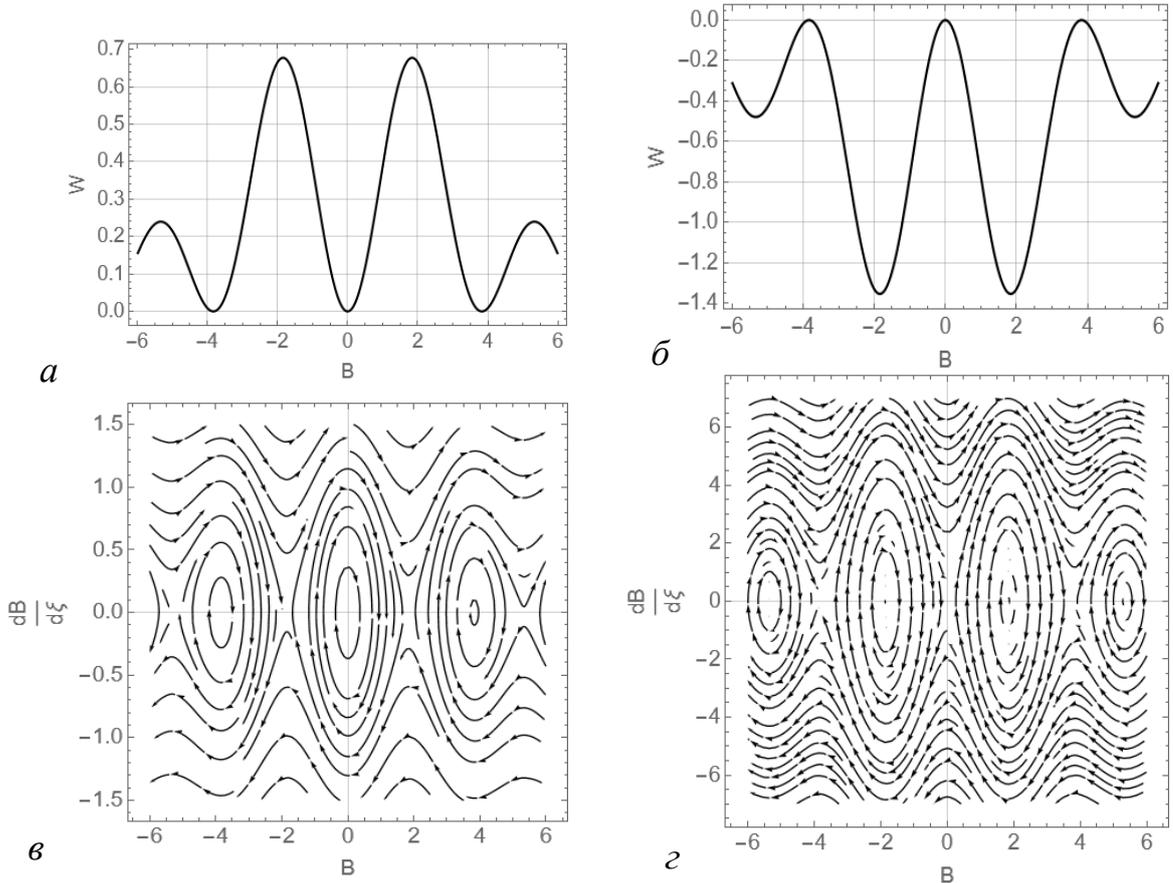


Рисунок 12 – Полная энергия и фазовый портрет уравнения (2.27) при  $\Omega = 20$  (а, в)  $L = 0$ , (б, г)  $L/\Omega = -21/20$

Заметим, что при  $L/\Omega > -1$  качественно фазовые портреты совпадают с представленным на рисунке 12в для обычного клистрона (ср. с [94]), однако с увеличением  $L$  высота центров уменьшается, но положение особых точек не меняется.

Следует отметить, что если в уравнении (2.27) при малых  $B$  разложить функции Бесселя в ряд Тейлора до третьего члена, то получим

$$\frac{d^2 B}{d\xi^2} = -\frac{\Omega}{\Omega + L} B \left[ 1 - \frac{B^2}{2} \right], \quad (2.30)$$

которое при  $\Omega + L > 0$  – уравнение Дуффинга и при  $\Omega + L < 0$  – кубический осциллятор с двумя ямами, а следовательно при малых  $V$  фазовый портрет этого уравнение совпадает с рисунками 12в и г в зависимости от знака  $\Omega + L$ . Однако, из-за условия малой скоростной модуляции на рисунке 12г отсутствуют огибающие – в механической аналогии частице не хватает энергии чтобы перемещаться между ямами.

На рисунке 13 представлены зависимости модуля первой безразмерной гармоники тока от длины пространства дрейфа, рассчитанные по формулам (2.15)-(2.17), при различных величинах начальной модуляции. Видно, что с увеличением начальной модуляции скорости  $\chi$  координата первых максимумов незначительно смещается, причем в случае вакуума ( $L = 0$ ) увеличивается максимум тока. Более заметные изменения при  $L = 0$  происходят из-за того, что модель более чувствительная к  $\chi$ , т.е. к выбору одной из фазовой траекторий на рисунке 12в, т.к. изменение  $\chi$  приводит к изменению максимально достижимого параметра группировки  $V$  и его координаты  $\xi$ . В случае  $L < 0$ , как видно из рисунка 12г, изменение  $\chi$  меняет только начальную точку на фазовой траектории и соответственно координату  $\xi$  соответствующую максимальному значению  $V$ .

Из расчётов следует, что при выбранных параметрах модуль тока  $|I_1|$  слабо меняется при изменении параметров отношения рабочей частоты к плазменной  $\Omega$  и  $\sigma$  (при чисто активной проводимости). Кроме того, координаты первого максимума при чисто активной проводимости почти на порядок больше, чем при чисто мнимой проводимости, а  $|I_1| \leq 1.16$ .

Из рисунка 14 видно, что первый максимум модуля тока достигается на существенно меньшей длине  $\xi$  вблизи  $L/\Omega = -1$ , а при  $L/\Omega > -1$  величина максимума тока меньше 1. Таким образом, в рассмотренной модели в случае среды с индуктивной проводимостью получается большее значение первой гармоники тока чем в случае обычного вакуумного пространства дрейфа и при меньшей длине.

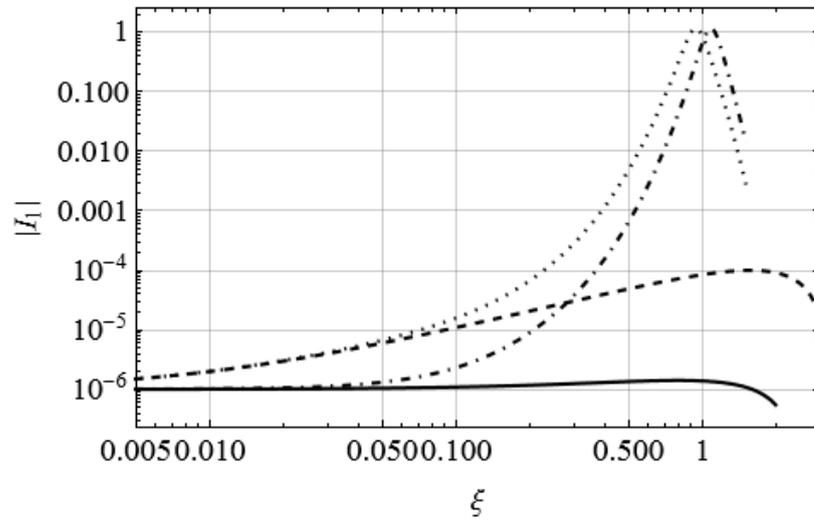


Рисунок 13 – Зависимости модуля первой безразмерной гармоники тока от нормированной координаты при  $\Omega = 20$ ,  $\sigma = 0$  и различных  $\chi$  и  $L$ : сплошная –  $L = 0$ ,  $\chi = 10^{-6}$ , пунктир  $L = 0$ ,  $\chi = 10^{-4}$ , штрих-пунктир  $L/\Omega = 1.005$ ,  $\chi = 10^{-6}$ , точки  $L/\Omega = 1.005$ ,  $\chi = 10^{-4}$

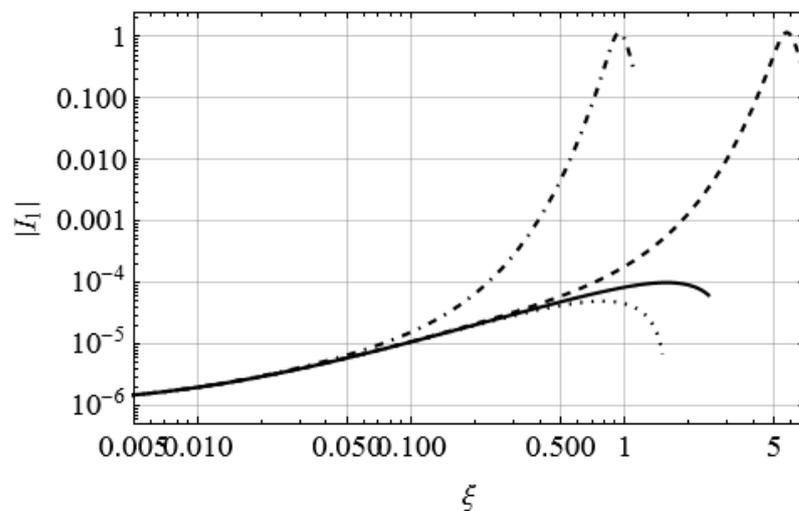


Рисунок 14 – Зависимости модуля первой безразмерной гармоники тока от нормированной координаты при  $\Omega = 20$ ,  $\sigma = 0$ ,  $\chi = 10^{-4}$  и различных  $L/\Omega$ : сплошная –  $L = 0$ , пунктир -1.25, штрих-пунктир -1.005, точки -0.75

## 2.2. Приложение метода принудительной гармонизации к резистивному клистрону (резонатор-среда-резонатор)

Для оценки коэффициента усиления по напряжению в рассматриваемой модели (см. рисунок 15) воспользуемся следующей формулой из монографии [95] (в случае резонатора, настроенного на частоту сигнала)

$$U_2/U_1 = -Y_e/G_2, \quad (2.31)$$

где  $U_{1,2}$  – переменное напряжение во входном и выходном резонаторах соответственно,  $G_2$  – активная параллельная проводимость выходного резонатора,  $Y_e = jI_0I_1/U_1$  – электронная проводимость потока в выходном резонаторе.

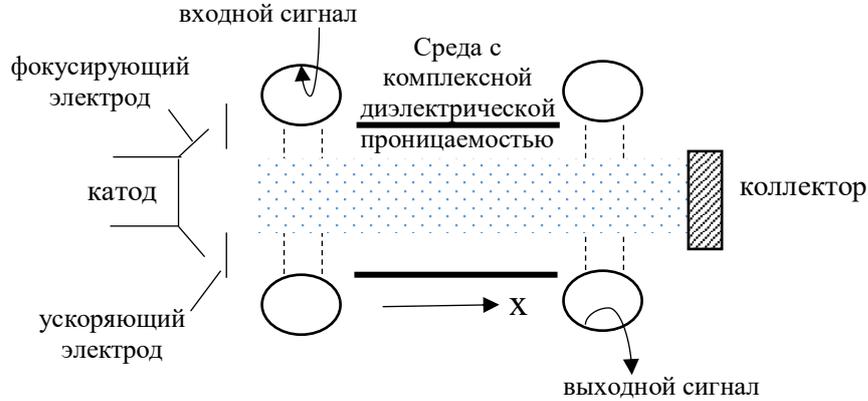


Рисунок 15 – Рассматриваемая модель двухрезонаторного клистрона с пространством дрейфа в виде среды с комплексной диэлектрической проницаемостью

Из закона сохранения энергии следует, что

$$\frac{v^2(0)}{2} - \frac{v_0^2}{2} = \eta U_1, \quad (2.32)$$

где  $v_0$  – средняя скорость пучка,  $v(0)$  – переменная скорость пучка после вылета из входного резонатора.

Из (2.11) при условии малой модуляции можно получить<sup>14</sup>

$$v \approx v_0 \left( 1 - \frac{1}{\beta_e} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) = v_0 \left( 1 - \frac{1}{\Omega} \left[ \mu + \frac{dB}{d\xi} \cos(\omega t_0 + \varphi) + \frac{\mu}{B} \sin(\omega t_0 + \varphi) \right] \right). \quad (2.33)$$

Это позволяет при выбранных начальных условий получить из (2.33) при  $\omega t_0 = 0$

$$v^2(0) = v_0^2 \left( 1 - \frac{2\chi}{\Omega} + \frac{\chi^2}{\Omega^2} \right). \quad (2.34)$$

Подставляя последнее в (2.32), получаем

<sup>14</sup> Заметим, что обозначения в этом разделе такие же, как и в предыдущем.

$$U_1 = \frac{v_0^2}{2\eta} \left( \frac{\chi^2}{\Omega^2} - \frac{2\chi}{\Omega} \right). \quad (2.35)$$

Тогда коэффициент усиления при учете только первой гармоники примет вид:

$$G = 20 \lg \left| \frac{U_2}{U_1} \right| = 20 \lg \left| -j \frac{2CI_1}{\left( \frac{\chi^2}{\Omega^2} - \frac{2\chi}{\Omega} \right)} \right|, \quad (2.36)$$

где  $C = \frac{\eta I_0}{v_0^2 G_2} = \frac{I_0}{2U_0 G_2}$ , где  $U_0$  – потенциал пучка.

Выходная мощность и КПД при учете только первой гармоники рассчитываются по формулам [94]

$$P_{\text{вых}} = IU_2 = -j \frac{I_0^2 F}{G_2}, \quad \eta_e = \left| \frac{P_{\text{вых}}}{I_0 U_0} \right| = \left| \frac{I_0 F}{G_2 U_0} \right| = |2CF|. \quad (2.37)$$

Проведем сравнение результатов нелинейной теории, а именно коэффициента усиления, рассчитанного по формуле (2.36), с результатами линейной теории. Сохраняя обозначения и рассматривая тот же случай с резонаторами (как при получении (2.36)) линеаризуем  $I_1$ , т.е. получим с учетом (2.26)

$$I_1 \approx B = \chi \sqrt{\frac{\Omega - j\sigma + L}{\Omega}} \sin \xi \sqrt{\frac{\Omega}{\Omega - j\sigma + L}}. \quad (2.38)$$

Тогда, пренебрегая слагаемым с  $\chi^2$  в (2.35), коэффициент усиления в случае линейной теории примет вид

$$G = 20 \lg \left| jC \sqrt{\Omega} \sqrt{\Omega - j\sigma + L} \sin \xi \sqrt{\frac{\Omega}{\Omega - j\sigma + L}} \right|. \quad (2.39)$$

Из рисунка 16, для которого использовались параметры из [96]  $G_2 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ Ом}^{-1}$ ,  $U_0 = 1 \text{ кВ}$ ,  $I_0 = 80 \text{ мА}$ , частота 2 ГГц, видно хорошее совпадение результатов линейной и нелинейной теории до первого максимума.

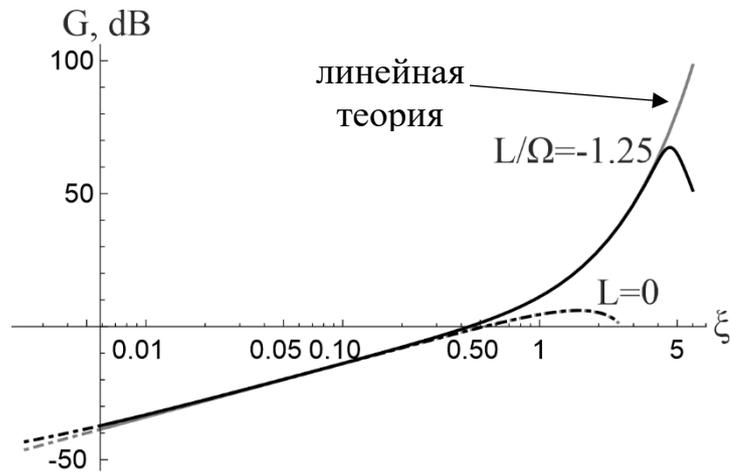


Рисунок 16 – Зависимости коэффициента усиления, полученного из линейной (по формуле (2.39)) и нелинейной теорий (по формуле (2.36)), от нормированной координаты при учете только первой гармоники при  $C = 0.1$ ,  $\Omega = 20$ ,  $\sigma = 0$ ,  $\chi = 10^{-4}$  и различных значениях нормированной мнимой компоненты проводимости  $L$

### 2.2.1. Сравнение результатов нелинейной теории для среды (при наличии проводимости) и для вакуумного дрейфа (обычный клистрон)

Сравним выходные характеристики (коэффициент усиления, выходная мощность и КПД) в модели обычного клистрона и клистрона с проводимостью у пространства дрейфа. Для опоры в этом подразделе для всех расчетов будем использовать параметры классического двухрезонаторного клистрона из работы [96]: ускоряющее напряжение 35кВ, ток 6.5А, длина зазора 0.35см, частота сигнала 7ГГц. Рассчитанная активная шунтирующая проводимость резонатора  $2.62 \cdot 10^{-5}$  См. В введенных обозначениях  $C = 3.54$ ,  $\Omega = 4.84$ , по прежнему предполагается начальная модуляция по скорости  $\chi = 10^{-3}$ . Единица безразмерной длины соответствует 12.2мм.

Как видно из рисунка 17, наличие у пространства дрейфа мнимой компоненты проводимости действительно может позволить не только увеличить коэффициент усиления (что следует из линейной теории), но и уменьшить длину прибора. Напомним, что приведенное на рисунке 17  $L = 2.07$  соответствует

емкостной проводимости. Объяснение зависимости  $G(L)$  будет дано позже в этом разделе.

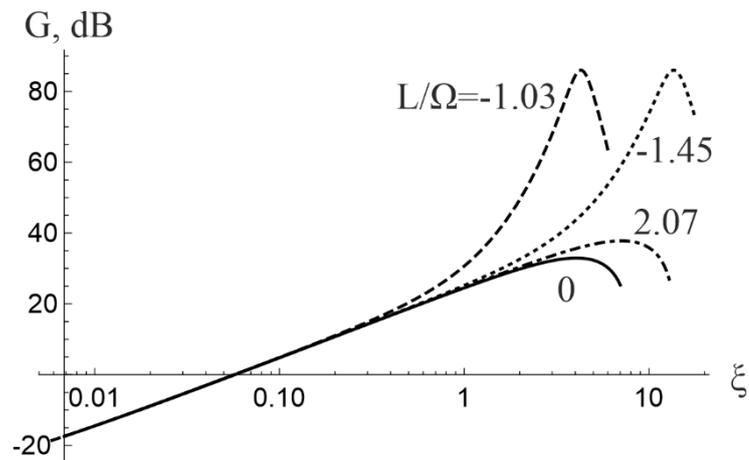


Рисунок 17 – Зависимости коэффициента усиления, выходной мощности и КПД от нормированной координаты при учете только первой гармоники при  $C = 3.5$ ,  $\Omega = 4.84$ ,  $\sigma = 0$ ,  $\chi = 10^{-3}$  и различных значениях нормированной мнимой компоненты проводимости  $L$

В случае секции с КДП вместо пространства дрейфа, положение и величина первого максимума тока заметно отличаются от обычного клистрона. Например, при  $L/\Omega = -1.24$  первый максимум тока находится на длине пространства дрейфа соответствует 127 мм. Из таблицы 1 видно, что, в рассмотренной модели при выбранных параметрах даже не достигая первого максимума можно получить достаточно высокие выходные характеристики, большие чем для вакуумного дрейфа в первом максимуме даже на той же длине (50 мм). А если уменьшить длину секции с КДП, в модели можно получить характеристики сравнимые с обычным двухрезонаторном клистроном в случае выходного резонатора в первом максимуме тока.

На рисунке 18 представлены зависимости максимального коэффициента усиления и нормированной координаты первого максимума для указанного примера. Для объяснения этих зависимостей рассмотрим поведение параметра группировки  $B$ . Из рисунка 19 видно, что при  $L/\Omega < -1$  значения коэффициента усиления  $G_{\max}$  в оптимуме не меняется с уменьшением нормированной мнимой компоненты проводимости  $L$ , а координата оптимума  $\xi_{\max}$  плавно растет, т.к. это

связано с тем, что с уменьшением  $L$  от  $L/\Omega = -1$  условия группировки ухудшаются (см. также п. 2.1.2.) и для формирования сгустков требуется большая длина, при этом максимально достижимая  $B=1.84$  не меняется. Разрыв на рисунках 18 и 19 происходит в «резонансе», описанном в п. 2.1.2.

Таблица 1. Результаты расчета первой гармоники тока и выходных параметров в моделях двухрезонаторного клистрона при различной проводимости пространства дрейфа

$L/\Omega$	Является ли первым максимумом?	длина дрейфа, мм	$G$ , дБ	$P_{\text{вых}}$ , кВт	$\eta_e$ , %
0 (обычный клистрон)	да	50	32.93	4.16	1.83
-1.24	нет	73.2	62	118	51.9
-1.24	нет	50	48.9	26.18	11.5
-1.24	нет	22	32.5	4	1.18
-2.07	нет	50	40.14	9.55	4.2

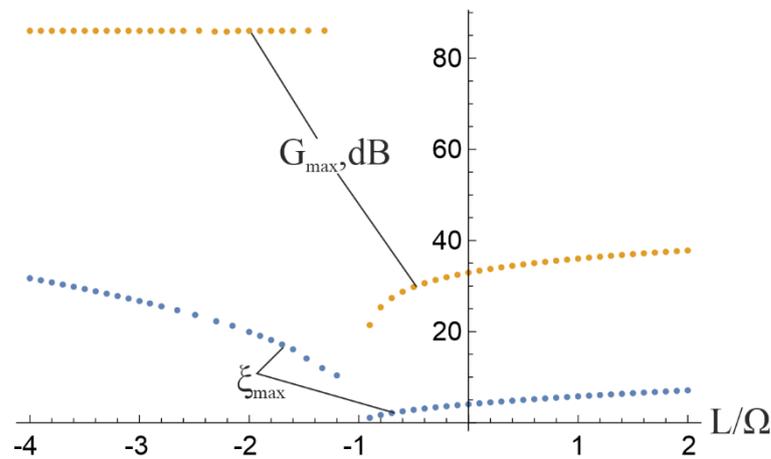


Рисунок 18 – Зависимости максимального коэффициента усиления и нормированной координаты первого максимума при учете только первой гармоники от  $L/\Omega$  при  $C = 3.54$ ,  $\Omega = 4.84$ ,  $b = 0.17$ ,  $\sigma = 0$ ,  $\varepsilon = 1$ ,  $\chi = 10^{-4}$

При  $L/\Omega > -1$  из-за увеличения продольного расталкивания электронов группировка ухудшается, о чем свидетельствует значительное уменьшение параметра группировки и как следствие  $G_{\text{max}}$  более чем на 40дБ. Таким образом формирование сгустков затрудняется, однако они достигают оптимума на меньшей длине. С ростом  $L$  при  $L/\Omega > -1$   $G_{\text{max}}$  и  $\xi_{\text{max}}$  увеличиваются вследствие

небольшого увеличения параметра группировки. Как сообщалось в предыдущем разделе, с ростом  $L$  при  $L/\Omega > -1$  положения особых точек не меняется, но предел изменения  $dV/d\xi$  уменьшается, а значит при меньшей начальной модуляции (при прочих равных) можно достигнуть большего параметра группировки (и как следствие  $G_{\max}$ ), но на больших  $\xi_{\max}$ .

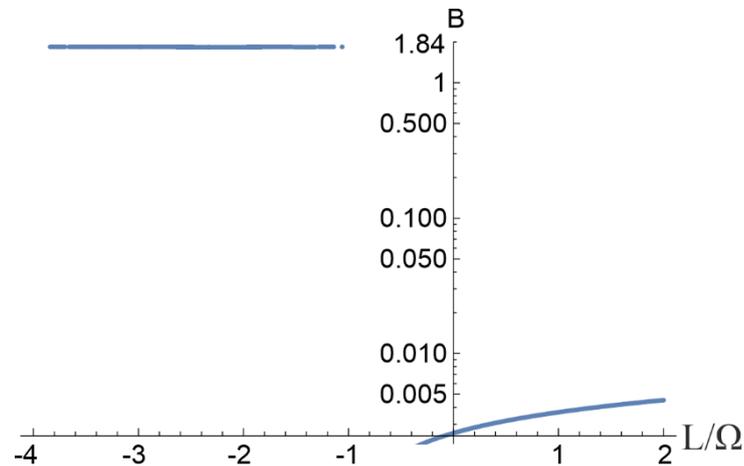


Рисунок 19 – Зависимость параметра группировки в первом максимуме при учете только первой гармоники от  $L/\Omega$  при  $C = 3.54$ ,  $\Omega = 4.84$ ,  $b = 0.17$ ,  $\sigma = 0$ ,  $\varepsilon = 1$ ,  
 $\chi = 10^{-4}$

Из рисунков 20 и 21 видно влияние активной компоненты проводимости на первый максимум и группировку электронов. До  $\sigma \approx 0.4$ , по-видимому, также велико продольное расталкивание электронов из-за чего группировка ухудшается. При  $\sigma > 0.4$  затухание в среде начинает компенсировать влияние ПЗ и при  $\sigma \approx 5$  достигается оптимальная группировка на минимальной длине. При  $\sigma > 5$  из-за увеличения затухания сгустки формируются на большем расстоянии, т. е. при чисто активной проводимости первые максимумы коэффициента усиления сравнимы по величине с таковыми при индуктивной проводимости, но их координаты лежат значительно дальше.

Таким образом, при том же расстоянии между резонаторами (до первого максимума тока включительно) вставка секции с КДП приводит к увеличению коэффициента усиления и выходной мощности относительно двухрезонаторного клистрона с пространством дрейфа. Кроме того, для получения сходных выходных характеристик в случае секции с КДП требуется меньшее (в рассмотренном

примере в 2.3 раза) расстояние между резонаторами чем для двухрезонаторного клистрона с пространством дрейфа.

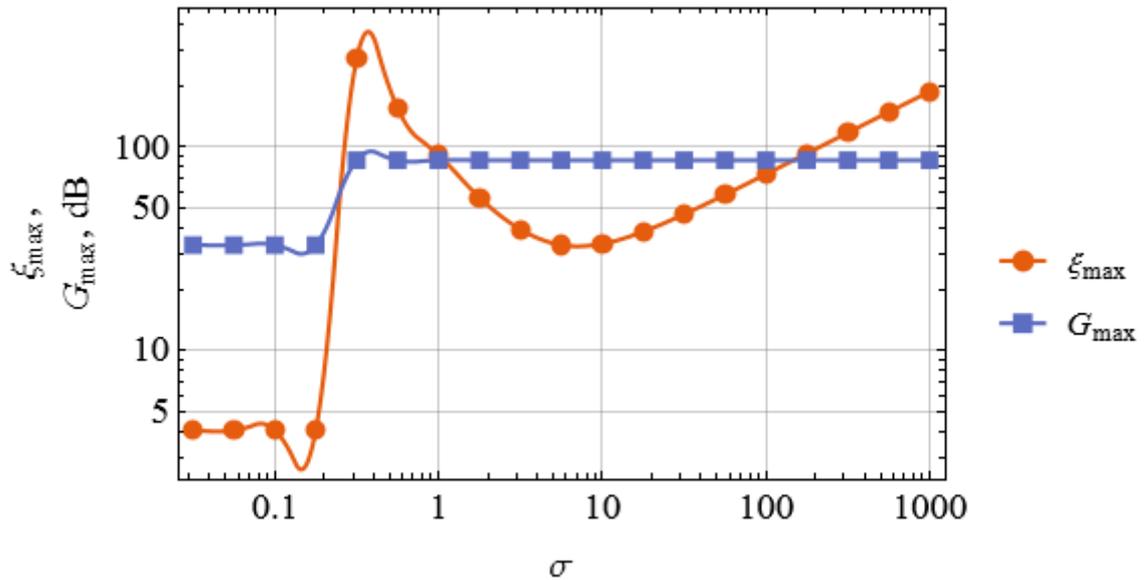


Рисунок 20 – Зависимости максимального коэффициента усиления и нормированной координаты первого максимума при учете только первой гармоники от  $\sigma$  при  $C = 3.54$ ,  $\Omega = 4.84$ ,  $b = 0.17$ ,  $L = 0$ ,  $\varepsilon = 1$ ,  $\chi = 10^{-4}$

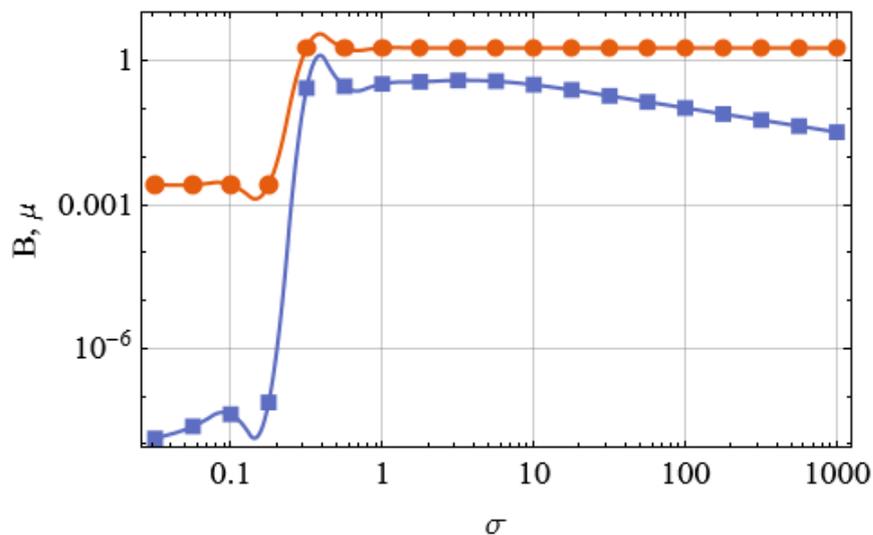


Рисунок 21 – Зависимости  $V$  и  $\mu$  в первом максимуме при учете только первой гармоники от  $\sigma$  при  $C = 3.54$ ,  $\Omega = 4.84$ ,  $b = 0.17$ ,  $L = 0$ ,  $\varepsilon = 1$ ,  $\chi = 10^{-4}$

### 2.3. Гибрид с клистроном с распределенным взаимодействием

На конференции IVEC-2019 были представлены работы [97, 98]. В работе [97] численно исследовались свойства распределенного резонатора (PP) из «левого» (т.е. с отрицательным показателем преломления и, как следствие, с

обратным излучением Вавилова-Черенкова) метаматериала (конфигурация из дополненных электрических резонаторов с расщепленным кольцом, CeSRR). В работе [98] численно исследовался трехрезонаторный клистрон с распределенным взаимодействием (КРВ) с РР подобными, описанным в [97]. В качестве основного вывода в работе [98] были достигнуты следующие выходные характеристики: выходная мощность 122 кВт, коэффициент усиления 53.5дБ и электронный КПД 43.5% (входная мощность 0.27Вт), причем отмечалось, что размер поперечной полости полученного прибора в 2-3 раза меньше обычного в КРВ на резонансной частоте 2.45ГГц. Позднее коллектив авторов работ [97, 98] продолжил исследование КРВ с РР из метаматериала [99, 100, 101, 102].

Цель настоящего раздела построить теорию КРВ с обычными РР, но с пространством дрейфа в виде среды с комплексной диэлектрической проницаемостью (в дальнейшем КДП). Для этого рассмотрим гибрид КРВ и КДП-усилителя в рамках приближения слабого сигнала.

КРВ подобно обычному клистрону состоит из резонаторов и пространства дрейфа между ними. Однако вместо обычных резонаторов в КРВ используют РР, которые подобны ЗС особенно типа ЦСР. Поэтому в методе расчета характеристик КРВ можно встретить как элементы теории ЛБВ, так и теории резонаторов

Отметим, что среда с КДП – фактически один из вариантов резистивного усилителя, а в случае отрицательной действительной части КДП – так называемый ENG-метаматериал.

Используем следующую модель: бесконечно широкий электронный поток модулируется входным РР, движется через секцию дрейфа с КДП и наводит поля в выходном РР (см. рисунок 22). Воспользуемся выражением для коэффициента усиления двухрезонаторного КРВ в обобщенной матричной записи [103]

$$G = 20 \lg \left| \frac{\Pi_{12} \left\| \begin{matrix} T_{+m} & T_{+6} \end{matrix} \right\|_2 \cdot \left\| \begin{matrix} e^{-j\sqrt{q_1}\theta_{др}} & 0 \\ 0 & e^{j\sqrt{q_1}\theta_{др}} \end{matrix} \right\|_1 \cdot \left\| \begin{matrix} T_{m+} \\ T_{6+} \end{matrix} \right\|_1 \Pi_{01}}{\left( 1 - R_{12} R_{22} G(\theta_2) e^{-j\left(\frac{2}{C} + r_2\right)\theta_2} \right) \left( 1 - R_{11} R_{21} G(\theta_1) e^{-j\left(\frac{2}{C} + r_1\right)\theta_1} \right)} \right|, \quad (2.40)$$

где  $j = \sqrt{-1}$ ,  $\theta_{др} = C\beta_e z$ ,  $\theta_1$  и  $\theta_2$  – безразмерная электрическая длина дрейфа, первого и второго РР соответственно,  $q = \left(\frac{\beta_q}{\beta_e C}\right)^2$  – параметр пространственного заряда (ПЗ),  $\beta_q = \frac{\omega_q}{v_0}$  – редуцированная плазменная постоянная распространения,  $\beta_e = \frac{\omega}{v_0}$  – электронная постоянная распространения,  $v_0$  – средняя скорость пучка,  $\omega$  – рабочая частота,  $C = \sqrt[3]{\frac{I_0 K}{4V_0}}$  – параметр Пирса,  $I_0$  – средний ток пучка,  $V_0$  – ускоряющий потенциал,  $K$  – сопротивление связи РР,  $q_1 = \frac{q}{\sqrt{\epsilon}}$ ,  $\epsilon$  – нормированная диэлектрическая проницаемость среды,  $R$  – коэффициенты отражения,  $\Pi$  – коэффициенты пропускания, коэффициенты матрицы передачи, описывающие взаимодействие волны в РР с быстрой или медленной волной ПЗ

$$T_{+m} = j \frac{e^{-j\sqrt{q}\theta_i} - e^{-jr\theta_i}}{r - \sqrt{q}}, \quad T_{+6} = j \frac{e^{j\sqrt{q}\theta_i} - e^{-jr\theta_i}}{r + \sqrt{q}}, \quad T_{m+} = \frac{T_{+m}}{2\sqrt{q}}, \quad T_{6+} = -\frac{T_{+6}}{2\sqrt{q}}, \quad (2.41)$$

где  $i=1, 2$ .

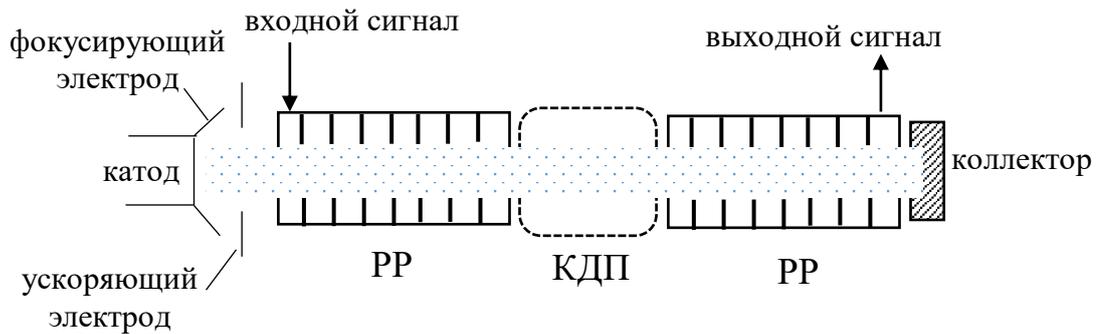


Рисунок 22 – Схема двух резонаторного КРВ с КДП

Вторыми индексами у  $\Pi, R$  и первыми индексами у остальных величин обозначены номера РР, первые индексы у  $\Pi, R$  обозначают левый и правый (по направлению движения пучка слева-направо) конец РР (например  $\Pi_{01}$  – коэффициенты пропускания прямой волны первого РР, а  $R_{12}$  – коэффициенты

отражения от левого конца второго РР),  $G(\theta_0)$  – комплексный коэффициент усиления соответствующего РР,  $r = b - jd$ ,  $b = \frac{\beta - \beta_e}{\beta_e C}$ ,  $(\beta - j\alpha)$  – постоянная распространения волны в РР без пучка,  $d = \frac{\alpha}{\beta_e C}$ .

Заметим, что описание процессов в КРВ осуществляется, как и в [103], на языке нормальных волн тока. Кроме того, под обычными РР будем понимать, во-первых, РР, не обладающий отрицательной эффективной диэлектрической проницаемостью. Во-вторых, в качестве обычного РР для упрощения используем модель-«черный ящик», т.е. без знания его устройства известны его характеристики  $(\Pi, R, \theta, r)$ . В-третьих, (в частности) полагаем, что условия синхронизма пучка и ВЧ поля в РР полностью описываются параметром  $b$ .

Полное согласование входного группирователя (РР) с внешней линией передачи достигается при условии [103]

$$|R_{11}| = |R_{21}| |G(\theta_1)| e^{-d\theta_1}. \quad (2.42)$$

В случае  $|R_{22}| |G(\theta_2)| e^{-d\theta_2} < 1$ , т.е. когда выходной РР хорошо связан с внешней линией передачи и далек от самовозбуждения, для наилучшей связи требуется выполнение так называемого условия критической связи «горячего» резонатора с линией передачи [103]

$$|R_{12}| = |R_{22}| |G(\theta_2)| e^{-d\theta_2}. \quad (2.43)$$

### 2.3.1. Случай отсутствия отражений от концов РР и потерь в РР

Для простоты положим  $R_{12} = R_{11} = 0$ , тогда (2.40) примет вид

$$G = 20 \lg \left| \Pi_{12} \Pi_{01} \left( T_{+m2} T_{m+1} e^{-j\sqrt{q_1} \theta_{др}} + T_{+62} T_{6+1} e^{j\sqrt{q_1} \theta_{др}} \right) \right|. \quad (2.44)$$

Считаем далее  $\Pi_{12} = \Pi_{01} = 1$  и  $\varepsilon = 1 - \frac{j\sigma}{\omega\varepsilon_0} + \frac{L}{\omega\varepsilon_0}$ , где  $\varepsilon_0$  – диэлектрическая

проницаемость вакуума,  $\sigma + jL$  – комплексная проводимость среды. Введем для

удобства  $L' = \frac{L}{\omega \epsilon_0}$  и  $\sigma' = \frac{\sigma}{\omega \epsilon_0}$ , тогда  $\epsilon = 1 + L' - j\sigma'$  (штрихи в дальнейшем опустим). В дальнейшем будем полагать  $d = 0$ .

Исследуем уравнение (2.44). Из рисунка 23 видно, что усиление осуществляется по двум механизмам: первый свойственен обычному КРВ (сплошная линия), а второй из-за резистивной неустойчивости (пунктир).

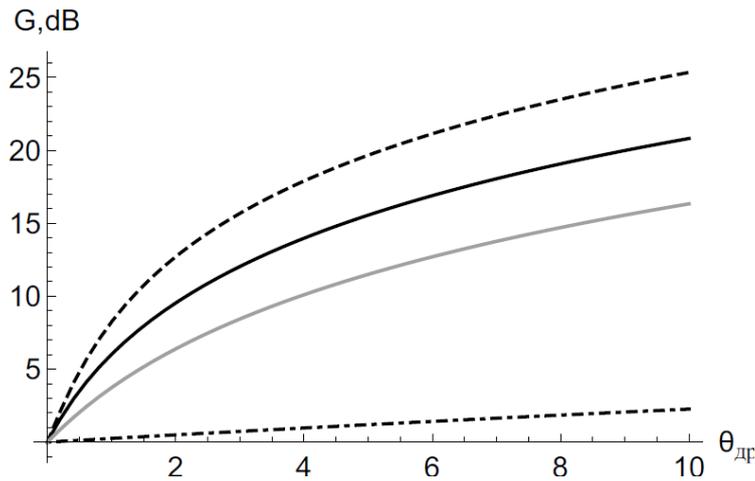


Рисунок 23 – Зависимости  $G$  от  $\theta_{др}$  при  $\theta_1 = \theta_2 = 1$ ,  $b = 0$ ,  $q = 0.01$  и различных проводимостях: черные: сплошная –  $L = \sigma = 0$ , пунктир  $\sigma = 0$ ,  $L = -1.1$ , штрих-пунктир  $\sigma = 10^6$ ,  $L = 0$ , серая –  $\sigma = 10$ ,  $L = 0$

Из рисунка 24 видно, что  $G$  осциллирует с изменением параметра  $b$  при фиксированной длине прибора, причем при выбранных параметрах оптимальное значение достигается при  $b = \pm\sqrt{q}$ , что хорошо видно из рисунка 24б. Сдвиг зависимостей влево при индуктивной проводимости, а при активной вправо объясняется увеличением влияния слагаемых, представляющих быструю и медленную волну тока в (2.44) соответственно.

Из рисунков 24 и 25 видно, что при индуктивной проводимости из-за резистивной неустойчивости достигается наибольшее  $G$ , которое возрастает с увеличением ПЗ. Из рисунка 25 также видно, что в случае обычного дрейфа электронов при фиксированной длине прибора  $G$  осциллирует с изменением параметра  $q$ , постепенно уменьшаясь.

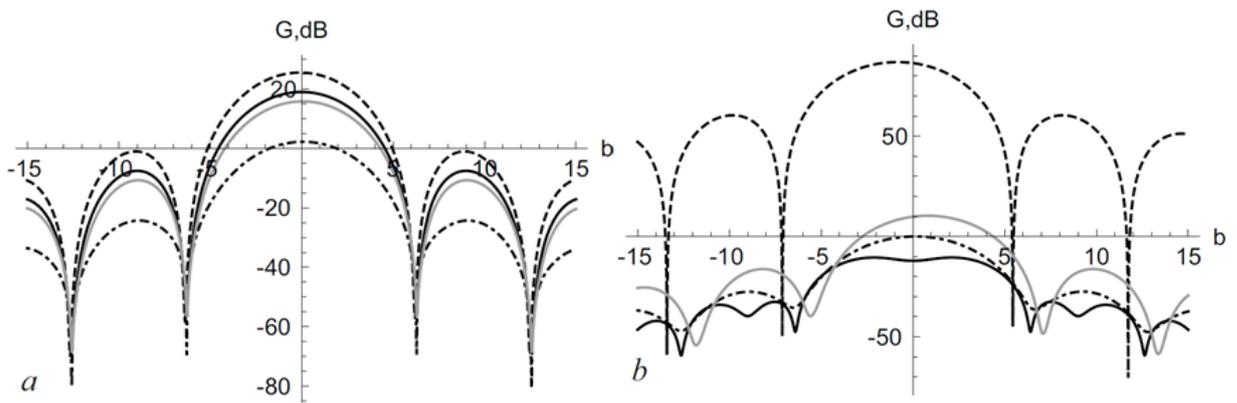


Рисунок 24 – Зависимости  $G$  от  $b$  при  $\theta_1 = \theta_2 = 1$ ,  $\theta_{др} = 10$  и различных проводимостях: черные: сплошная –  $L = \sigma = 0$ , пунктир  $\sigma = 0$ ,  $L = -1.1$ , штрих-пунктир  $\sigma = 10^6$ ,  $L = 0$ , серая –  $\sigma = 10$ ,  $L = 0$ ; (a)  $q = 0.01$ , (b)  $q = 0.7$

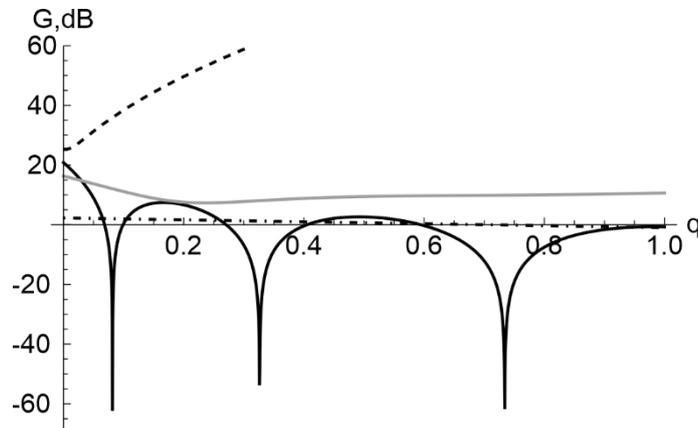


Рисунок 25 – Зависимости  $G$  от  $q$  при  $\theta_1 = \theta_2 = 1$ ,  $\theta_{др} = 10$ ,  $b = 0$  и различных проводимостях: черные: сплошная –  $L = \sigma = 0$ , пунктир  $\sigma = 0$ ,  $L = -1.1$ , штрих-пунктир  $\sigma = 10^6$ ,  $L = 0$ , серая –  $\sigma = 10$ ,  $L = 0$

Из рисунка 26 видно, что с увеличением длины  $PP$ , а следовательно, и времени взаимодействия электронов с полями  $PP$ ,  $G$  увеличивается, причем влияние проводимости на данную характеристику ожидаемо слабо.

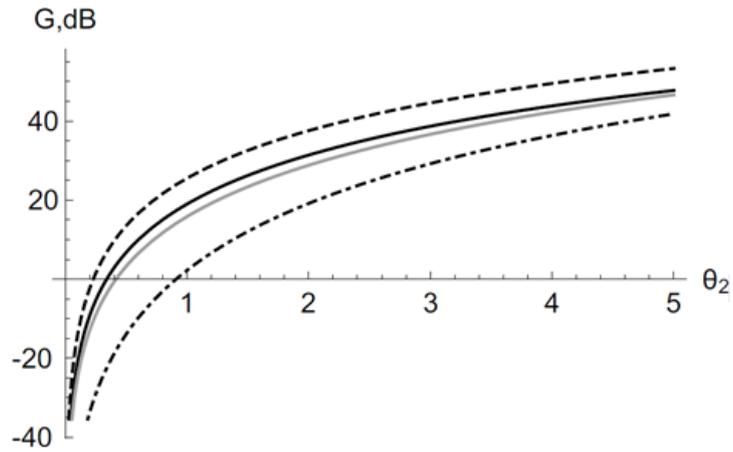


Рисунок 26 – Зависимости  $G$  от  $\theta_2$  при  $\theta_1 = \theta_2$ ,  $q = 0.01$ ,  $\theta_{др} = 10$ ,  $b = 0$  и различных проводимостях: черные: сплошная –  $L = \sigma = 0$ , пунктир  $\sigma = 0$ ,  $L = -1.1$ , штрих-пунктир  $\sigma = 10^6$ ,  $L = 0$ , серая –  $\sigma = 10$ ,  $L = 0$

Из рисунка 27 видно, что  $G$  уменьшается с ростом  $\sigma$ , по существу являющегося параметром потерь, т.к. из-за способа ввода  $\varepsilon$  с ростом  $\sigma$  плавно уменьшается эффективная длина дрейфа, т.е.  $\theta_{др}/\sqrt{\varepsilon}$ . Наличие потерь также обуславливает уменьшение  $G$  для чисто действительной проводимости на рисунке 27.

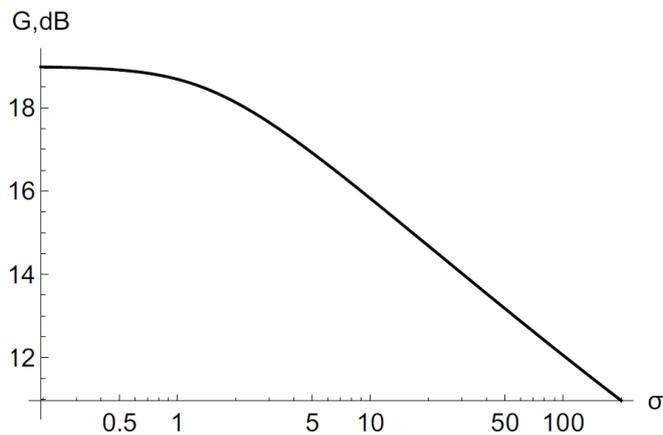


Рисунок 27 – Зависимости  $G$  от  $\sigma$  при  $\theta_1 = \theta_2 = 1$ ,  $q = 0.01$ ,  $\theta_{др} = 10$ ,  $b = 0$ ,  $L = 0$

Из рисунка 28 видно, что при прочих равных наибольшее значение  $G$  достигается при индуктивной проводимости, т.к. при чисто индуктивной проводимости ( $\sigma = 0$ ,  $L < 0$ ) при выполнении условия  $L = -1$  токи смещения и индуктивные токи в среде становятся равными друг другу по величине, а наведенный заряд стремится к  $\infty$  [12].

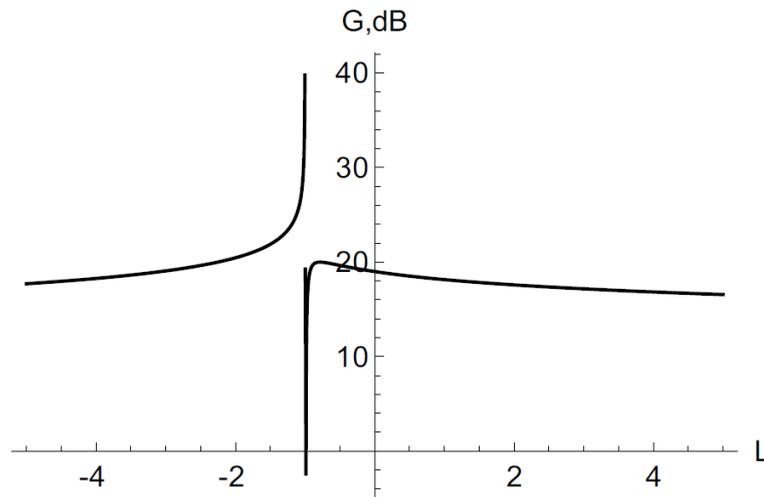


Рисунок 28 – Зависимости  $G$  от  $L$  при  $\theta_1 = \theta_2 = 1$ ,  $q = 0.01$ ,  $\theta_{др} = 10$ ,  $b = 0$ ,  $\sigma = 0$

### 2.3.2. Случай особых условий на концах РР

Предположим во входном группирователе полное согласование с внешней линией передачи (2.42), а во втором используем условие критической связи (2.43). Будем считать далее

$$R_{11} = R_{21} \text{ и } R_{12} = R_{22}. \quad (2.45)$$

Полагая далее  $d = 0$ ,  $r_1 = r_2 = b$ ,  $\Pi_{01} = \sqrt{1 - R_{11}^2}$  и  $\Pi_{12} = \sqrt{1 - R_{12}^2}$  окончательно, с учетом (2.45), получим

$$G = 20 \lg \left| \frac{\sqrt{1 - R_{12}^2} \sqrt{1 - R_{21}^2} \left( T_{+M2} T_{M+1} e^{-j\sqrt{q_1} \theta_{др}} + T_{+62} T_{6+1} e^{j\sqrt{q_1} \theta_{др}} \right)}{\left( 1 - R_{12}^2 e^{-j\left(\frac{2}{C} + b\right) \theta_2} \right) \left( 1 - R_{21}^2 e^{-j\left(\frac{2}{C} + b\right) \theta_1} \right)} \right|. \quad (2.46)$$

Исследуем уравнение (2.46). Поскольку зависимости слабо отличаются от приведенных на рисунках 23-28 имеет смысл исследовать только влияние коэффициентов отражений от границ РР. Из рисунка 29 видно, что с увеличением коэффициента отражения  $G$  сначала медленно уменьшается из-за меньшего пропускания, однако т.к. в описываемом устройстве два механизма усиления заметное уменьшение  $G$  наблюдается при  $R_{21} \geq 0.6$  (при индуктивной проводимости  $G$  снижается позднее). Вблизи  $R_{21} = 1$  зависимости круто уменьшаются, что обусловлено полным непропусканием сигнала через РР.

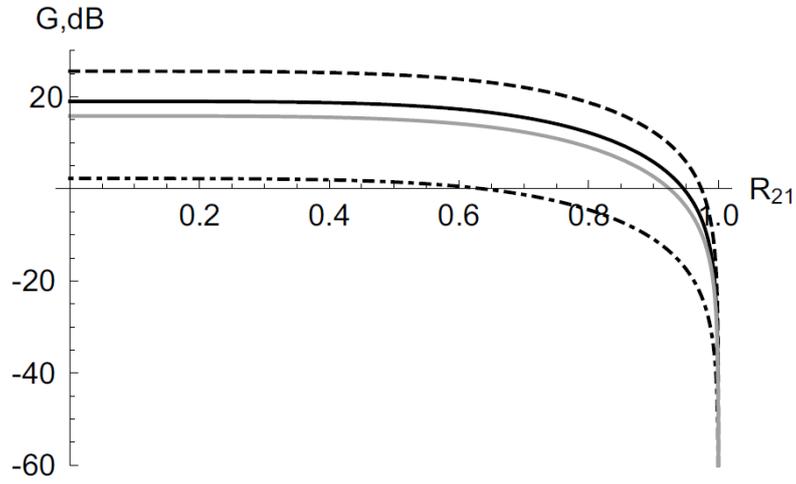


Рисунок 29 – Зависимости  $G$  от  $R_{21}$  при  $R_{21} = R_{22}$ ,  $\theta_1 = \theta_2 = 1$ ,  $q = 0.01$ ,  $\theta_{др} = 10$ ,  $b = 0$ ,  $C = 0.01$  и различных проводимостях: черные: сплошная –  $L = \sigma = 0$ , пунктир  $\sigma = 0$ ,  $L = -1.1$ , штрих-пунктир  $\sigma = 10^6$ ,  $L = 0$ , серая –  $\sigma = 10$ ,  $L = 0$

### 2.3.3. Трехрезонаторный КРВ

Рассмотрим случай трехрезонаторного КРВ (т.е. РР-дрейф-РР-дрейф-РР), коэффициент усиления которого в обобщенной матричной записи [103]

$$\begin{aligned}
 G = 20 \lg & \left| \frac{\Pi_{13} \|T_{+M} T_{+6}\|_3 \cdot \begin{vmatrix} e^{-j\sqrt{q_1}\theta_{др}} & 0 \\ 0 & e^{j\sqrt{q_1}\theta_{др}} \end{vmatrix}_2 \cdot \begin{vmatrix} T_{M+} \\ T_{6+} \end{vmatrix}_2 R_{22} e^{-j\left(\frac{2}{C}+r_2\right)\theta_2}}{\left(1 - R_{13}R_{23}G(\theta_3) e^{-j\left(\frac{2}{C}+r_3\right)\theta_3}\right) \left(1 - R_{12}R_{22}G(\theta_2) e^{-j\left(\frac{2}{C}+r_2\right)\theta_2}\right)} R_{12} \times \right. \\
 & \times \|T_{+M} T_{+6}\|_2 \frac{\begin{vmatrix} e^{-j\sqrt{q_1}\theta_{др}} & 0 \\ 0 & e^{j\sqrt{q_1}\theta_{др}} \end{vmatrix}_1 \cdot \begin{vmatrix} T_{M+} \\ T_{6+} \end{vmatrix}_1 \Pi_{01}}{1 - R_{11}R_{21}G(\theta_1) e^{-j\left(\frac{2}{C}+r_1\right)\theta_1}} + \begin{vmatrix} e^{-j\sqrt{q_1}\theta_{др}} & 0 \\ 0 & e^{j\sqrt{q_1}\theta_{др}} \end{vmatrix}_1 \begin{vmatrix} T_{M+} \\ T_{6+} \end{vmatrix}_1 \Pi_{01} \times \\
 & \left. \times \frac{\Pi_{13} \|T_{+M} T_{+6}\|_3 \cdot \begin{vmatrix} e^{-j\sqrt{q_1}\theta_{др}} & 0 \\ 0 & e^{j\sqrt{q_1}\theta_{др}} \end{vmatrix}_2 \cdot \begin{vmatrix} T_{MM} & T_{M6} \\ T_{6M} & T_{66} \end{vmatrix}_2}{\left(1 - R_{13}R_{23}G(\theta_3) e^{-j\left(\frac{2}{C}+r_3\right)\theta_3}\right) \left(1 - R_{11}R_{21}G(\theta_1) e^{-j\left(\frac{2}{C}+r_1\right)\theta_1}\right)} \right|, \quad (2.47)
 \end{aligned}$$

где коэффициенты матрицы передачи, описывающие взаимодействие волн тока между собой

$$T_{\begin{smallmatrix} MM \\ \bar{6}\bar{6} \end{smallmatrix}} = \left[ 1 \mp \frac{1}{2\sqrt{q}} \left( \frac{j\theta_i}{r \mp \sqrt{q}} + \frac{e^{-j(r \mp \sqrt{q})\theta_i} - 1}{(r \mp \sqrt{q})^2} \right) \right] e^{\mp j\sqrt{q}\theta_i}, \quad (2.48)$$

$$T_{\begin{smallmatrix} M\bar{6} \\ \bar{6}M \end{smallmatrix}} = \mp \frac{1}{2\sqrt{q}(r \pm \sqrt{q})} \left[ j \frac{\sin \sqrt{q}\theta_i}{\sqrt{q}} + \frac{e^{\mp j\sqrt{q}\theta_i} - e^{-jr\theta_i}}{r \pm \sqrt{q}} \right], \quad (2.49)$$

где  $i=1, 2$ .

Как видно из предыдущего раздела, в рассмотрении (2.47) можно ограничиться случаем отсутствия отражений (следовательно все коэффициенты пропускания равны 1). Будем также полагать, что длины всех РР одинаковы, как и свойства участков дрейфа. Тогда (2.47) примет вид

$$G = 20 \lg \left\| \left\| T_{+M} T_{+6} \right\|_3 \cdot \left\| \begin{array}{cc} e^{-j\sqrt{q_1}\theta_{др}} & 0 \\ 0 & e^{j\sqrt{q_1}\theta_{др}} \end{array} \right\|_2 \cdot \left\| \begin{array}{cc} T_{MM} & T_{M\bar{6}} \\ T_{\bar{6}M} & T_{\bar{6}\bar{6}} \end{array} \right\|_2 \cdot \left\| \begin{array}{cc} e^{-j\sqrt{q_1}\theta_{др}} & 0 \\ 0 & e^{j\sqrt{q_1}\theta_{др}} \end{array} \right\|_1 \times \right. \\ \left. \times \left\| \begin{array}{c} T_{M+} \\ T_{6+} \end{array} \right\|_1 \right\|. \quad (2.50)$$

Исследуем уравнение (2.50). На рисунках 30-35 приведены зависимости аналогичные рисункам 23-28, причем длины РР и участков дрейфа подобраны так, чтобы сохранить суммарную длину РР и участков дрейфа такой же, как и в двухрезонаторном КРВ при прочих равных. Нетрудно видеть, что коэффициент усиления в целом вырос, а характер зависимостей в некоторых случаях изменился. Остановимся на этих изменениях подробнее.

Из рисунка 30 видно, что при индуктивной проводимости коэффициент усиления растет почти линейно с ростом длины участков дрейфа (что видимо связано с увеличением резонансного слагаемого), при активной проводимости и в обычном КРВ он медленно снижается из-за потерь и разгруппировки.

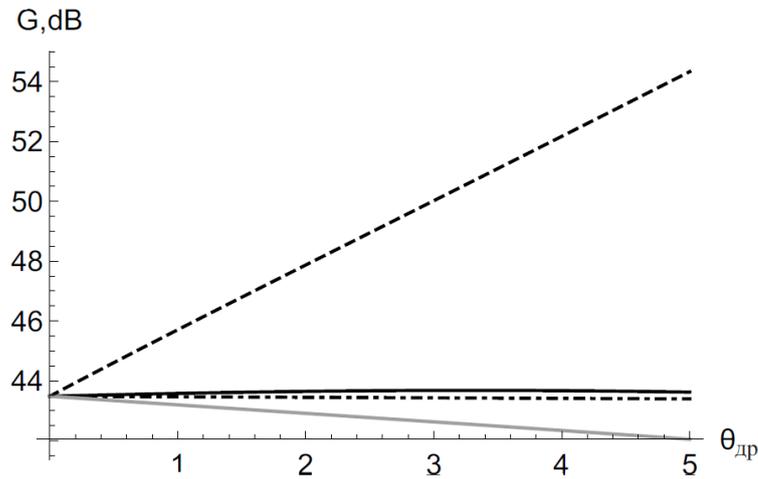


Рисунок 30 – Зависимости  $G$  от  $\theta_{др}$  при  $\theta_0 = 2/3$ ,  $b = 0$ ,  $q = 0.01$  и различных проводимостях: черные: сплошная –  $L = \sigma = 0$ , пунктир  $\sigma = 0$ ,  $L = -1.1$ , штрих-пунктир  $\sigma = 10^6$ ,  $L = 0$ , серая –  $\sigma = 10$ ,  $L = 0$

Из рисунка 31 видно, что максимумы зависимостей стали сингулярностью у всех кривых при  $b = -\sqrt{q}$ , что вероятно происходит из-за нерезонансных членов  $T_{мм}$  и  $T_{бм}$ , которые могут иметь неопределенность  $0/0$  во втором слагаемом в круглой скобке (заметим, что в случае  $d \neq 0$  был бы конечный максимум). С физической точки зрения коэффициенты матрицы передачи  $T_{мм}$  и  $T_{бм}$  поясняются с помощью формулы, связывающей распространение медленной волны тока в РР (в данном случае промежуточном) и её взаимодействие с быстрой волной тока

$$I_M(\theta_0) = T_{мм} I_M(0) + T_{бм} I_б(0), \quad (2.51)$$

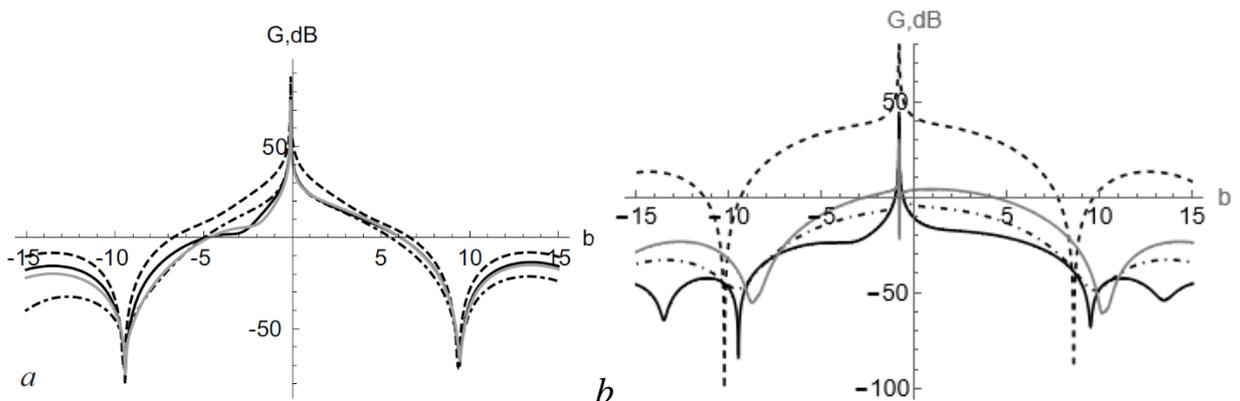


Рисунок 31 – Зависимости  $G$  от  $b$  при  $\theta_0 = 2/3$ ,  $\theta_{др} = 5$  и различных проводимостях: черные: сплошная –  $L = \sigma = 0$ , пунктир  $\sigma = 0$ ,  $L = -1.1$ , штрих-пунктир  $\sigma = 10^6$ ,  $L = 0$ , серая –  $\sigma = 10$ ,  $L = 0$ ; (a)  $q = 0.01$ , (b)  $q = 0.7$

где слева стоит ток медленной волны на выходе РР, а справа токи соответствующих волн на входе в РР. Обращение  $T_{\text{мм}}$  и  $T_{\text{бм}}$  в  $\infty$  означает наилучшие условия передачи/усиления медленной волны тока в РР, т.е. её амплитуда стремится к  $\infty$ .

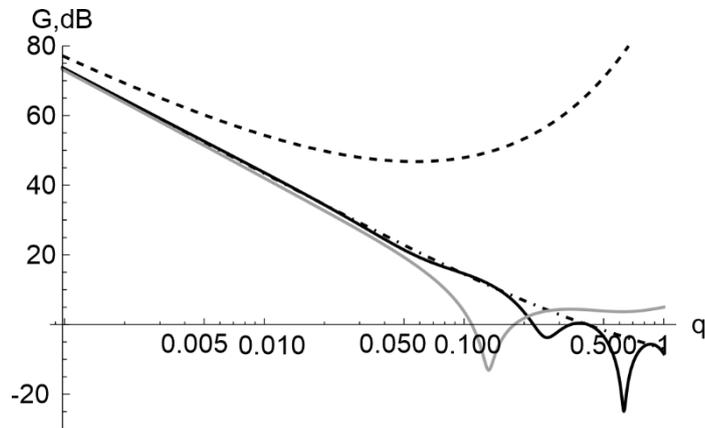


Рисунок 32 – Зависимости  $G$  от  $q$  при  $\theta_0 = 2/3$ ,  $\theta_{\text{др}} = 5$ ,  $b = 0$  и различных проводимостях: черные: сплошная –  $L = \sigma = 0$ , пунктир  $\sigma = 0$ ,  $L = -1.1$ , штрих-пунктир  $\sigma = 10^6$ ,  $L = 0$ , серая –  $\sigma = 10$ ,  $L = 0$

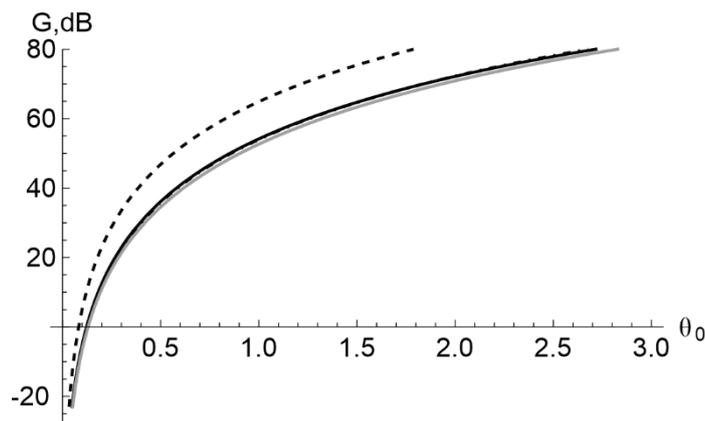


Рисунок 33 – Зависимости  $G$  от  $\theta_0$  при  $q = 0.01$ ,  $\theta_{\text{др}} = 5$ ,  $b = 0$  и различных проводимостях: черные: сплошная –  $L = \sigma = 0$ , пунктир  $\sigma = 0$ ,  $L = -1.1$ , штрих-пунктир  $\sigma = 10^6$ ,  $L = 0$ , серая –  $\sigma = 10$ ,  $L = 0$

Таким образом, подбором параметра ПЗ, проводимости и длины пространства дрейфа, как видно из рисунков 36 и 37, можно достичь нужных значений коэффициента усиления.

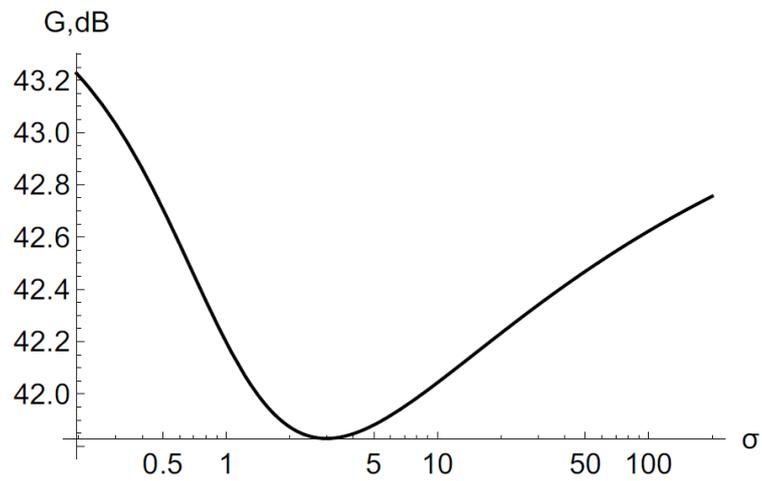


Рисунок 34 – Зависимости  $G$  от  $\sigma$  при  $\theta_0 = 2/3$ ,  $q = 0.01$ ,  $\theta_{др} = 5$ ,  $b = 0$ ,  $L = 0$

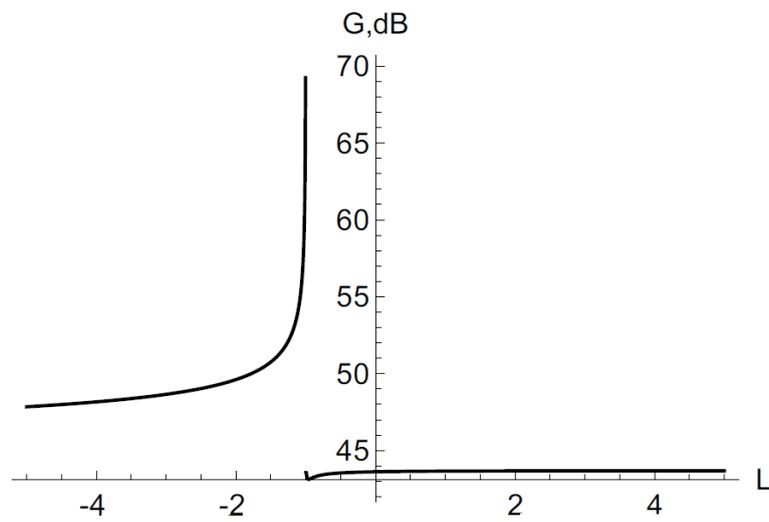


Рисунок 35 – Зависимости  $G$  от  $L$  при  $\theta_0 = 2/3$ ,  $q = 0.01$ ,  $\theta_{др} = 5$ ,  $b = 0$ ,  $\sigma = 0$

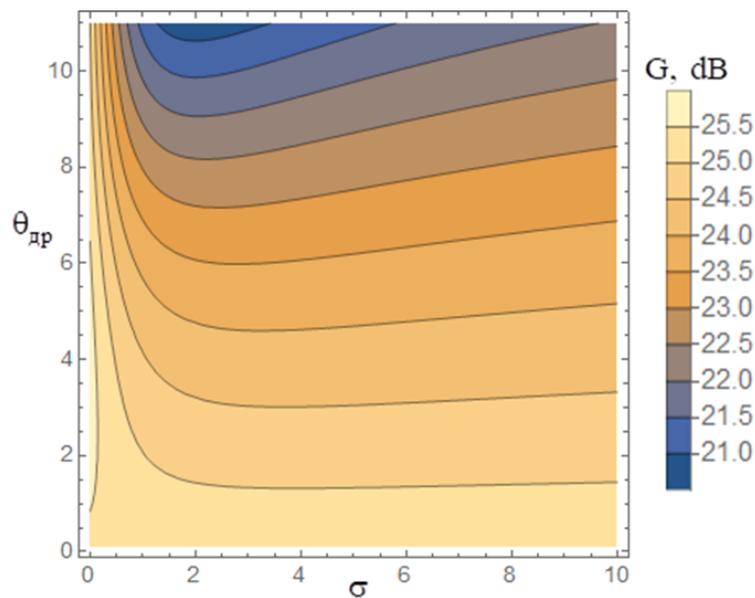


Рисунок 36 – Зависимости  $G$  от  $\sigma$  и  $\theta_{др}$  при  $\theta_0 = 2/3$ ,  $q = 0.01$ ,  $\theta_{др} = 5$ ,  $b = 0$ ,  
 $L = 0$

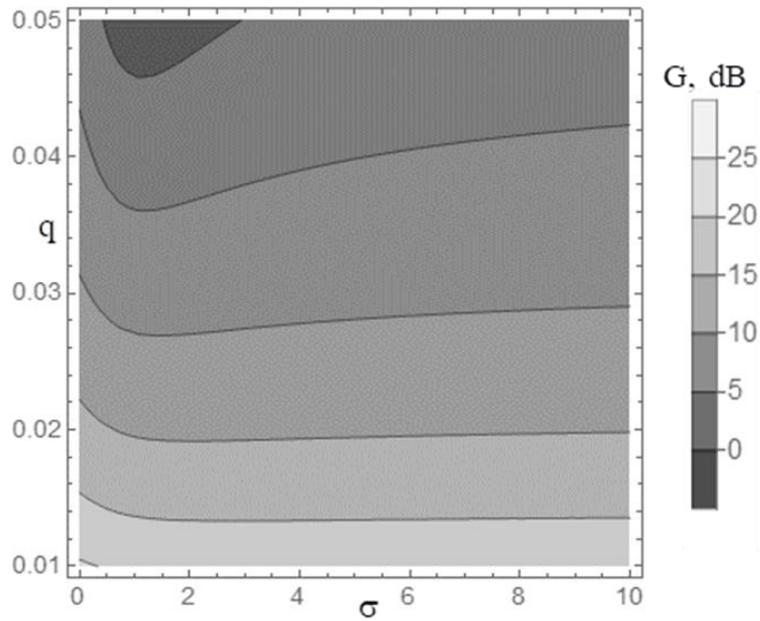


Рисунок 37 – Зависимости  $G$  от  $\sigma$  и  $q$  при  $\theta_0 = 2/3$ ,  $\theta_{др} = 5$ ,  $\theta_{др} = 5$ ,  $b = 0$ ,  $L = 0$

Следует отметить, что, хотя развитая теория не позволяет рассчитать ряд важных для КРВ характеристики, однако можно сделать качественные замечания о полосе пропускания. Очевидно, что при использовании среды с комплексной диэлектрической проницаемостью у пространства дрейфа появится своя полоса частот и, таким образом, итоговая полоса прибора будет определяться пересечением полос РР и среды.

#### 2.3.4. Трехрезонаторный КРВ по Вессель-Бергу

Для сравнения построим теорию 3-х резонаторного КРВ согласно [104]. Заметим, что в этом разделе будут введены иные обозначения, соответствующие [104].

Коэффициент усиления будем искать в виде [104]

$$G = 10 \lg \left| 4 \frac{M_1^2 \rho_1}{W} \frac{M_2^2 \rho_2}{W} \frac{M_3^2 \rho_3}{W} \frac{Q_{L,1}^2 Q_{L,2}^2 Q_{L,3}^2}{Q_{ext,1} Q_{ext,3}} \frac{\sin^2 \beta_q \ell_{1,2} \sin^2 \beta_q \ell_{2,3}}{N_1 N_1^* N_2 N_2^* N_3 N_3^*} \right|, \quad (2.52)$$

где  $\rho_i$  – характеристический импеданс  $i$ -го РР,  $\ell_{1,2}$  и  $\ell_{2,3}$  – расстояние между центрами 1 и 2, 2 и 3 РР соответственно, включая участки дрейфа,

$$M_i(\beta_e) = \int_{-\ell_i/2}^{\ell_i/2} F(x) e^{j\beta_e x} dx, \quad \ell_i - \text{длина } i\text{-го РР}, \quad W = \frac{2V_0 \beta_q}{I_0 \beta_e}, \quad Q_{L,i} \text{ и } Q_{ext,i} -$$

нагруженная и внешняя добротность  $i$ -го РР,  $N_i = 1 + (2j\delta_i + Y_{e,i}\rho_i)Q_{L,i}$ ,  $\delta_i = 1 - \omega/\omega_i$  и  $\omega_i$  – расстройка и собственная частота  $i$ -го РР, звездочкой обозначено комплексное сопряжение,

$$Y_{e,i} = \frac{-1}{W} \Delta \left( M_i M_i^* + j \int_{-\ell_i/2}^{\ell_i/2} \int_{-\ell_i/2}^x F(x) F(y) \sin[\beta_e(y-x)] dx dy \right), \quad (2.53)$$

$\Delta f(\beta_e) = \frac{1}{2} [f(\beta_e + \beta_q) - f(\beta_e - \beta_q)]$  – разностный оператор,  $E(x) = F(x)V$  – заданное электрическое поле в РР.

Заметим, что согласно [104] при пролете электрона между РР учитывается несколько по-другому

$$\beta_q \ell_{1,2} = \beta_q \left( \frac{\ell_1 + \ell_2}{2} + \frac{\ell_{др,1}}{\sqrt{\epsilon}} \right) \text{ (для } \ell_{2,3} \text{ аналогично)}, \quad (2.54)$$

где  $\ell_{др,1}$  – длина участка дрейфа между 1 и 2 РР, которая разделена на корень из ДП из-за наличия между РР среды.

Будем далее полагать  $F(x) = Ae^{-j\beta_e x}$ , где  $A = \text{const}$ , а характеристики разных РР одинаковы и участков дрейфа одинаковы (без индексов  $i$ ). Тогда введя  $x' = \beta_e x$

и  $s = \omega_p/\omega$ ,  $W = W's$ ,  $\alpha = \frac{A^2 \rho}{W'}$  и  $Q = \frac{Q_L^6}{Q_{ext}^2}$  с учетом вышеуказанного

$$M = \int_{-\ell/2}^{\ell/2} 1 d\xi = \ell, \quad \Delta f = \frac{1}{2} [f(1+s) - f(1-s)], \quad \Delta M = 0, \quad N = 1 + (2j\delta + Y_e \rho) Q_L, \quad (2.55)$$

$$Y_e \rho = \frac{\alpha}{2s} \left( \frac{2\ell^2 (s-1)^2 - 1 + e^{-2j\ell(s-1)} + j \sin[2\ell(s-1)]}{8(s-1)^2} - \frac{2\ell^2 (1+s)^2 - 1 + \cos[2\ell(1+s)]}{8(1+s)^2} \right). \quad (2.56)$$

Тогда (2.52) примет вид

$$G = 10 \lg \left| \frac{4\alpha^3 Q \ell^6}{s^3 |N|^6} \sin^4 \left[ s \left( \ell + \frac{\ell_{др}}{\sqrt{\epsilon}} \right) \right] \right|. \quad (2.57)$$

Если  $I_0=2\text{A}$ ,  $V_0=10\text{kB}$ ,  $Q_{\text{ext}}=55$ , рабочая частота  $3\text{ГГц}$ , плазменная частота  $100\text{МГц}$ , то отношение  $\frac{M^2\rho}{W}=50$ . Отметим, что  $\ell=10$  соответствует  $31.5\text{ мм}$ .

Из рисунков 38 и 39 видно, что с ростом  $\ell_{\text{др}}$   $G$  медленно увеличивается, а при изменении  $\ell$  (длины РР)  $G$  чувствительна к расстройке. При увеличении расстройки зависимость сглаживается, а  $G$  при этом уменьшается. Заметим, что зависимость на рисунке 39 качественно совпадет с аналогичной, построенной по результатам предыдущего раздела.

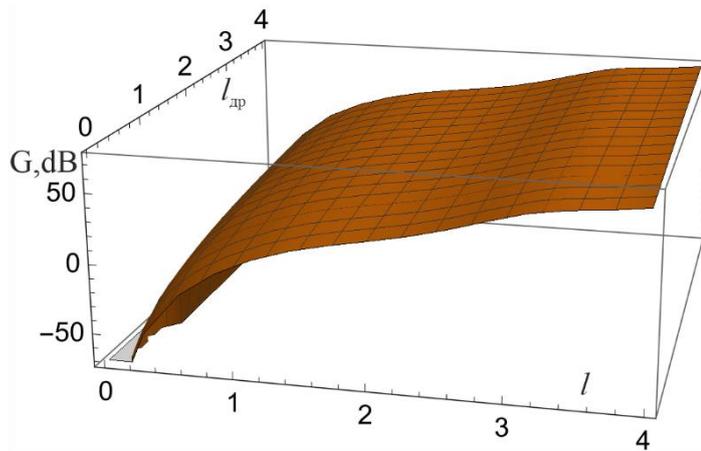


Рисунок 38 – Зависимость  $G$  в дБ от  $\ell$  и  $\ell_{\text{др}}$  при  $\alpha = \frac{1}{60}$ ,  $s = \frac{1}{30}$ ,  $Q_L = 255$ ,

$$Q = 9.09 * 10^{10}, \quad \sigma = L = 0, \quad \delta = 0.01$$

Из рисунков 40-42 видно, что они аналогичны зависимостям на рисунках 32, 34, 35 (с поправкой на разные обозначения и значения параметров). Отличие рисунка 42 от рисунка 35 при  $L > -1$  объясняется, по-видимому, несколько иным вводом свойств дрейфа в уравнения. Таким образом, результаты из предыдущего раздела совпадают с результатами настоящего при сравнительно небольшой расстройке РР.

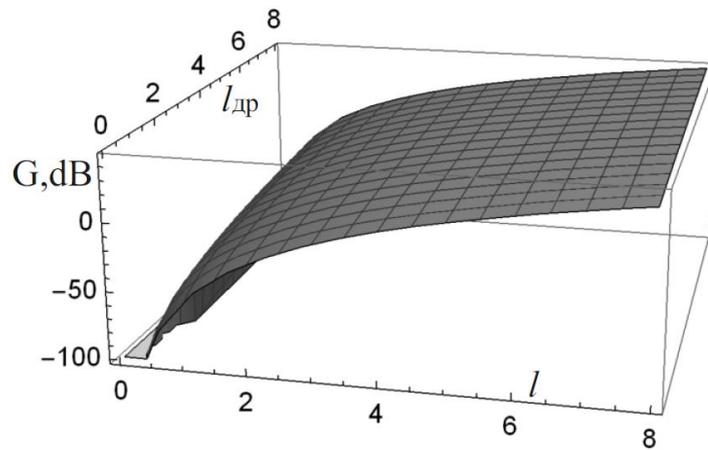


Рисунок 39 – Зависимость  $G$  в дБ от  $l$  и  $l_{др}$  при  $\alpha = \frac{1}{60}$ ,  $s = \frac{1}{30}$ ,  $Q_L = 255$ ,

$$Q = 9.09 \cdot 10^{10}, \sigma = L = 0, \delta = 0.1$$

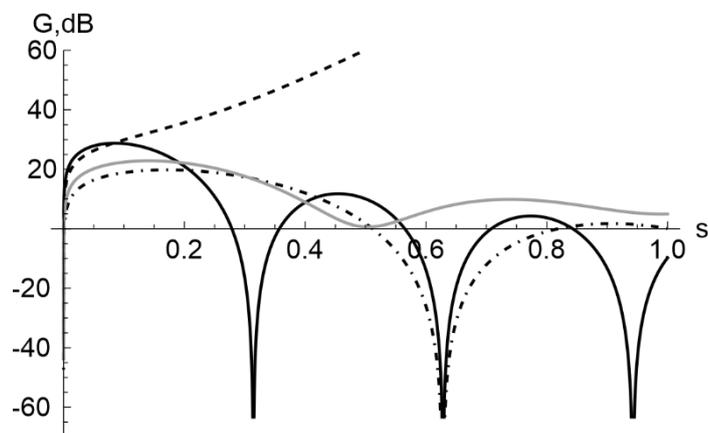


Рисунок 40 – Зависимости  $G$  от  $s$  при  $\alpha = \frac{1}{60}$ ,  $Q_L = 255$ ,  $Q = 9.09 \cdot 10^{10}$ ,  $\delta = 0.1$ ,

$l = l_{др} = 5$  и различных проводимостях: черные: сплошная –  $L = \sigma = 0$ , пунктир

$\sigma = 0$ ,  $L = -1.1$ , штрих-пунктир  $\sigma = 10^6$ ,  $L = 0$ , серая –  $\sigma = 10$ ,  $L = 0$

В заключение можно сделать вывод, что по результатам развитой теории слабого сигнала в КРВ с обычными РР и пространством дрейфа с КДП подбором параметров можно достичь большего коэффициента усиления на меньшей, по сравнению с обычным КРВ, длине при прочих равных. Кроме того, наличие промежуточного РР позволяет увеличить коэффициент усиления при сохранении полной длины прибора.

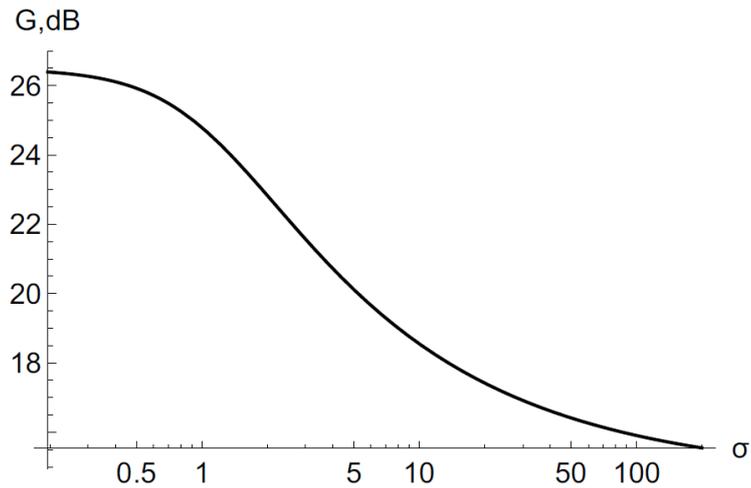


Рисунок 41 – Зависимости  $G$  от  $\sigma$  при  $\alpha = \frac{1}{60}$ ,  $Q_L = 255$ ,  $Q = 9.09 \cdot 10^{10}$ ,  $\delta = 0.1$ ,

$$s = \frac{1}{30}, L = 0, \ell = \ell_{\text{др}} = 5$$

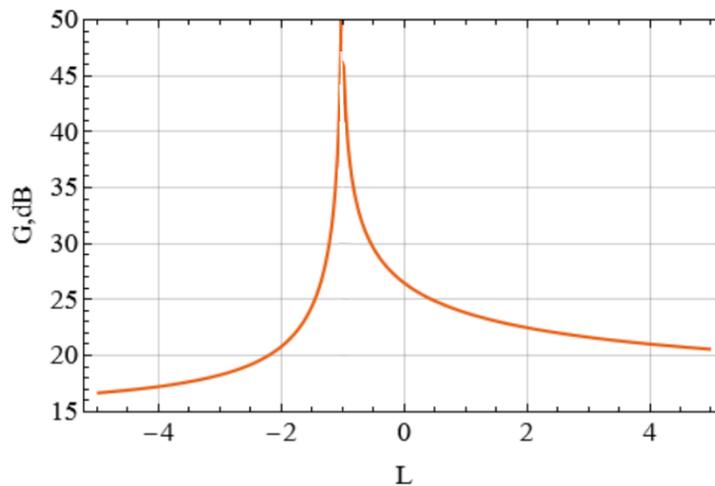


Рисунок 42 – Зависимости  $G$  от  $L$  при  $\alpha = \frac{1}{60}$ ,  $Q_L = 255$ ,  $Q = 9.09 \cdot 10^{10}$ ,  $\delta = 0.1$ ,

$$s = \frac{1}{30}, \sigma = 0, \ell = \ell_{\text{др}} = 5$$

## 2.4. Выводы

В данной главе построена нелинейная теория взаимодействия электронного потока с полями сред с комплексной диэлектрической проницаемостью. Показан предельный переход к хорошо известным уравнениям, что свидетельствует о её достоверности.

Также в данной главе изложено применение развитой нелинейной теории к клистрону-усилителю, в котором между входным и выходным резонатором вместо

пространства дрейфа располагается среда с комплексной проводимостью или метаматериалами, с помощью метода принудительной гармонизации. Предложенная теория показывает, что подбором параметров в модели клистрона с указанной средой (или метаматериалом) можно либо добиться увеличения коэффициента усиления и выходной мощности относительно модели двухрезонаторного клистрона с вакуумным пространством дрейфа при том же расстоянии между резонаторами, либо получить близкие значения выходных характеристик на вдвое меньшем расстоянии между резонаторами.

### Глава 3. Гибридные приборы О-типа с длительным взаимодействием со средой с комплексной диэлектрической проницаемостью

В главе 2 была рассмотрена модель гибрида резистивного усилителя и клистрона, показавшая возможности улучшения характеристик по сравнению с моделью обычного клистрона, а также его гибрид с КРВ. Цель настоящей главы рассмотреть модели гибридов резистивного усилителя с известными СВЧ вакуумными усилителями с длительным взаимодействием, а именно с фото-ЛБВ и ЛБВО.

#### 3.1. Гибрид с фото-ЛБВ

В связи с активным развитием радиофотоники, одним из направлений которой является работа с СВЧ-сигналами с помощью оптических методов, представляется важным рассмотреть гибрид фото-ЛБВ (см. например [105-116]) с усилителем с комплексной диэлектрической проницаемостью.

Предлагаемая гибридизация должна позволить сохранить присущий фото-ЛБВ низкий уровень собственных шумов, а также за счет вставки между фотокатодом и отрезком ЗС секции с КДП (см. рисунок 43) чувствительность прибора.

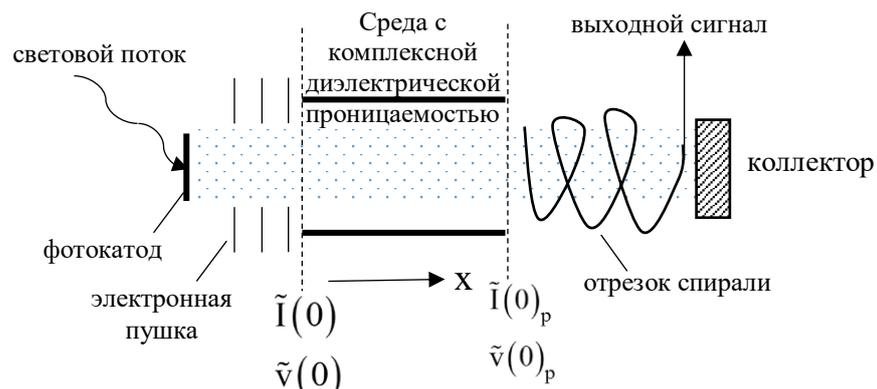


Рисунок 43 – Рассматриваемая модель.  $\tilde{I}(0), \tilde{v}(0)$  – начальные возмущения тока и скорости на входе в секцию с комплексной диэлектрической проницаемостью,  $\tilde{I}(0)_p, \tilde{v}(0)_p$  – начальные возмущения тока и скорости на входе в ЛБВ-секцию

### 3.1.1. Линейная теория гибрида фото-ЛБВ и резистивного усилителя

Рассмотрим следующую модель: на катод падает амплитудно-модулированный световой сигнал и поэтому можно считать, что максимальная величина переменной составляющей фототока  $I = mI_0$ , где  $m$  – параметр, характеризующий глубину модуляции,  $I_0$  – средний фототок. Ограничимся в дальнейшем линейной теорией, предполагая, что  $m \ll 1$ . Считаем, что на входе в секцию с комплексной диэлектрической проницаемостью пучок имеет модуляцию по скорости и току.

В дальнейшем будем называть КДП-среду первой секцией. В линейной теории резистивного усилителя, а значит и в первой секции исследуемого гибрида, выражения для переменной скорости и тока примут вид в случае бесконечно широкого пучка

$$\frac{I}{I_0} = e^{-j\beta_e x_1} \left[ \frac{I(0)}{I_0} \cos \frac{\beta_p x_1}{\sqrt{\epsilon}} + j \frac{v(0)}{v_0} \frac{\omega \sqrt{\epsilon}}{\omega_p} \sin \frac{\beta_p x_1}{\sqrt{\epsilon}} \right], \quad (3.1)$$

$$\frac{v}{v_0} = e^{-j\beta_e x_1} \left[ \frac{v(0)}{v_0} \cos \frac{\beta_p x_1}{\sqrt{\epsilon}} + j \frac{I(0)}{I_0} \frac{\omega \sqrt{\epsilon}}{\omega_p} \sin \frac{\beta_p x_1}{\sqrt{\epsilon}} \right], \quad (3.2)$$

где  $x_1$  – длина 1-й КДП-секции,  $\epsilon$  – относительная КДП среды, которую вводим также как в предыдущем разделе. Средний заряд электронов скомпенсирован ионным фоном.

Во второй секции, служащей для усиления и вывода сигнала, воспользуемся известной теорией фото-ЛБВ [91]. Будем использовать следующее уравнение возбуждения линии передачи

$$E(x) = -\frac{\beta_0^2 K}{2} \int_0^x I(\zeta) e^{-j(\beta_0 - j\gamma_0)(x-\zeta)} d\zeta, \quad (3.3)$$

где  $x$  – координата во второй секции,  $\beta_0$  – постоянная распространения в линии без пучка,  $\gamma_0$  – затухание в линии передачи на единицу длины,  $K$  – сопротивление связи. В качестве начальных условий для второй секции  $I(0)_p, v(0)_p$  будем использовать значения из уравнений (3.1) и (3.2) на выходе первой секции.

Как известно (см. например [91]), основная характеристика фото-приборов – эквивалентное сопротивление

$$R_{\text{эkv}} = \frac{|E|^2}{\beta_0^2 K |I(0)|^2}. \quad (3.4)$$

Эта величина характеризует связь переменной составляющей фототока с внешней нагрузкой и является основным параметром любого фотодетектора [91].

Для удобства введем  $C^3 = \frac{I_0 K}{4V_0}$ ,  $q = \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2$ ,  $E' = \frac{E}{V_0 \beta_e}$ ,  $I'(0) = \frac{I(0)}{I_0}$ ,  $v'(0) = \frac{v(0)}{v_0}$ ,  $\xi = \beta_e x$ ,  $\beta'_0 - j\gamma'_0 = (\beta_0 - j\gamma_0)/\beta_e$  (штрихи в дальнейшем опустим). При малом параметре усиления  $C \ll 1$  во второй секции (в нормировке настоящего раздела) [105]

$$E = - \left[ \frac{\left(\delta_2 \delta_3 - \frac{q}{C^2}\right) \left(\delta_1^2 + \frac{q}{C^2}\right) e^{C\xi \delta_1}}{(\delta_1 - \delta_2)(\delta_1 - \delta_3)} + \frac{\left(\delta_1 \delta_3 - \frac{q}{C^2}\right) \left(\delta_2^2 + \frac{q}{C^2}\right) e^{C\xi \delta_2}}{(\delta_2 - \delta_3)(\delta_2 - \delta_1)} + \right. \\ \left. + \frac{\left(\delta_2 \delta_1 - \frac{q}{C^2}\right) \left(\delta_3^2 + \frac{q}{C^2}\right) e^{C\xi \delta_3}}{(\delta_3 - \delta_1)(\delta_3 - \delta_2)} \right] 2jC^2 I(0)_p - \left[ \frac{(\delta_2 + \delta_3) \left(\delta_1^2 + \frac{q}{C^2}\right) e^{C\xi \delta_1}}{(\delta_1 - \delta_2)(\delta_1 - \delta_3)} + \right. \\ \left. + \frac{(\delta_1 + \delta_3) \left(\delta_2^2 + \frac{q}{C^2}\right) e^{C\xi \delta_2}}{(\delta_2 - \delta_3)(\delta_2 - \delta_1)} + \frac{(\delta_1 + \delta_2) \left(\delta_3^2 + \frac{q}{C^2}\right) e^{C\xi \delta_3}}{(\delta_3 - \delta_1)(\delta_3 - \delta_2)} \right] 2Cv(0)_p, \quad (3.5)$$

где  $\delta_i$  – нормированные корни дисперсионного уравнения

$$\delta^3 + a_1 \delta^2 + a_2 \delta + a_3 = 0, \quad (3.6)$$

где при  $C \ll 1$   $a_1 = jb + d$ ,  $a_2 = \frac{q}{C^2}$ ,  $a_3 = j + \frac{q}{C^2}(jb + d)$ ,  $b = \frac{\beta_0 - 1}{C} = \frac{v_0 - v_\phi}{Cv_\phi}$ ,  $v_\phi$  –

фазовая скорость волны во второй секции без пучка,  $d$  – параметр распределенных

потерь. Будем теперь полагать  $\beta_0 = 1 + Cb$ . Тогда с учетом введенных величин (3.4) примет вид

$$\frac{R_{\text{ЭКВ}}}{K} = \frac{1}{16(1 + Cb)^2} \frac{|E|^2}{|I(0)|^2 C^6}. \quad (3.7)$$

Рассмотрим влияние параметров на  $R_{\text{ЭКВ}}$ . Из рисунка 44 видно, что  $R_{\text{ЭКВ}}$  растет с увеличением длины 2-й секции (ЛБВ), а представленные на рисунке 44 зависимости аналогичны, представленным в работе [91].

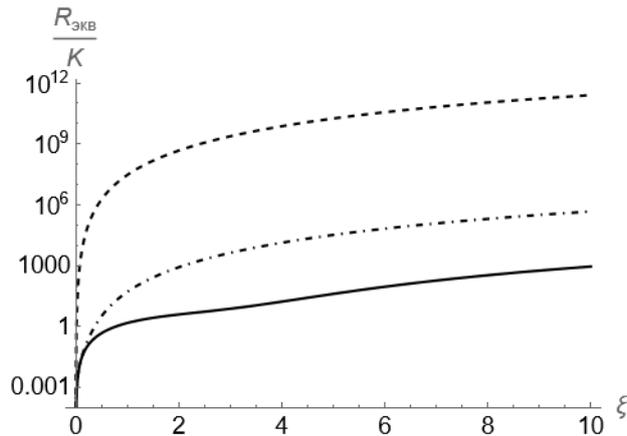


Рисунок 44 –  $\frac{R_{\text{ЭКВ}}}{K}$  от  $\xi$  (длины 2-й (ЛБВ) секции) при  $\xi_1 = 3$ ,  $I(0) = v(0) = 10^{-3}$ ,  $b = 0$ ,  $q = 0.01$ ,  $C = 0.01$ ,  $d = 0$  и различных проводимостях: сплошная –  $L = \sigma = 0$ , пунктир  $\sigma = 0$ ,  $L = -1.1$ , штрих-пунктир  $\sigma = 10^6$ ,  $L = 0$

Из рисунка 45 видно, что при  $L < -1$  и при  $\sigma \rightarrow \infty$   $R_{\text{ЭКВ}}$  возрастает с увеличением длины 2-й секции, что объясняется наличием резистивной неустойчивости, а в случае когда резистивной неустойчивости нет (приведенном для сравнения)  $R_{\text{ЭКВ}}$  имеет существенные колебания, что объясняется явлением QC-спада.

Напомним, что QC-спад – явление в фото-ЛБВ, состоящее в том, что на определенной длине лампы наблюдается спад высокочастотной составляющей тока (а следовательно, и  $R_{\text{ЭКВ}}$ ) из-за эффектов пространственного заряда. В отличие от классической ЛБВ, разность фаз между током и полем из-за эффектов пространственного заряда непостоянна и меняется от длины лампы (носит пульсирующий характер). Кроме того, при малой длине ток и поле находятся в

противофазе. Подобный эффект может также возникнуть при ненулевой разности фаз высокочастотных составляющих скорости и тока пучка.

Как в частности видно из рисунков 44 и 45, использование резистивной неустойчивости, возникающей благодаря введению среды с КДП, может позволить сократить длину прибора сохраняя необходимый уровень  $R_{\text{экв}}$ .

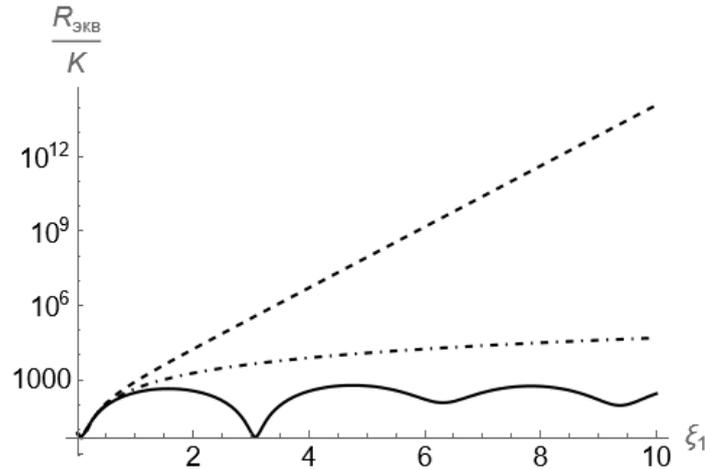


Рисунок 45 –  $\frac{R_{\text{экв}}}{K}$  от  $\xi_1$  (длины резистивной секции) при  $\xi = 3$ ,

$I(0) = v(0) = 10^{-3}$ ,  $b = 0$ ,  $q = 0.01$ ,  $C = 0.01$ ,  $d = 0$  и различных проводимостях:

сплошная –  $L = \sigma = 0$ , пунктир  $\sigma = 0$ ,  $L = -1.5$ , штрих-пунктир  $\sigma = 10^6$ ,  $L = 0$

Из рисунка 46 видно, что  $\frac{R_{\text{экв}}}{K}$  уменьшается с ростом  $b$ . Следует отметить,

что изменение параметра рассинхронизма в таком случае осуществляется за счет изменения потенциала, поскольку предполагаем, что частота сигнала и, следовательно,  $K$  не меняются. В таком случае слабая зависимость  $\frac{R_{\text{экв}}}{K}$  от  $b$  объясняется влиянием резистивной секции, процессы в которой, как известно, слабо зависят от изменения потенциала пучка. Кроме того, заметим, что при одинаковой полной длине эквивалентное сопротивление исследуемого гибрида (при подборе параметров) больше, чем у классической фото-ЛБВ на несколько порядков.

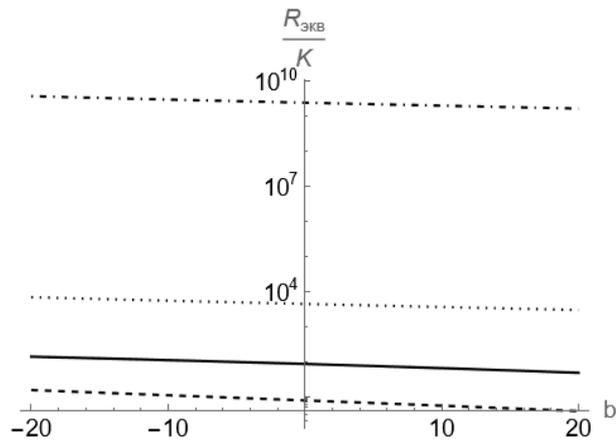


Рисунок 46 –  $\frac{R_{\text{экв}}}{K}$  от  $b$  при  $I(0) = v(0) = 10^{-3}$ ,  $q = 0.01$ ,  $C = 0.01$ ,  $d = 0$  и различных проводимостях: сплошная – классическая фото-ЛБВ  $L = \sigma = 0$ ,  $\xi_1 = 0$ ,  $\xi = 6$ ; пунктир –  $L = \sigma = 0$ ,  $\xi_1 = \xi = 3$ ; штрих-пунктир  $\sigma = 0$ ,  $L = -1.1$ ,  $\xi_1 = \xi = 3$ ; точки  $\sigma = 10^6$ ,  $L = 0$ ,  $\xi_1 = \xi = 3$

Из рисунка 47 видно, что  $R_{\text{экв}}$  сначала увеличивается с ростом  $\sigma$ , а затем выходит на насыщение. В теории резистивного усилителя мнимые корни дисперсионного уравнения имеют экстремум в зависимости от  $\sigma$ , по существу являющегося параметром потерь. Однако увеличение потерь приводит к расширению частотной области, в которой возможна резистивная неустойчивость [5]. Таким образом одновременное увеличение потерь и расширение частотной области приводят к виду полученной на рисунке 47 зависимости.

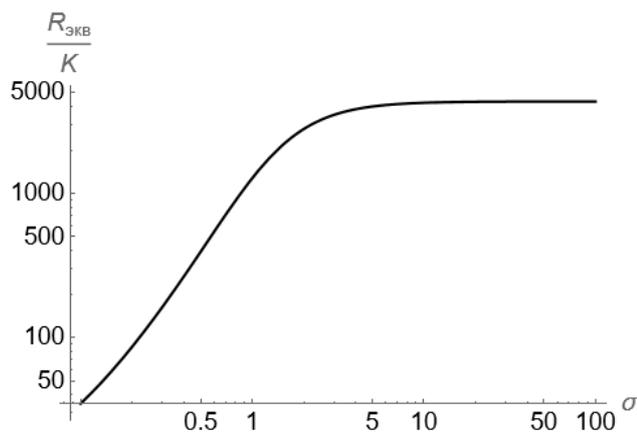


Рисунок 47 –  $\frac{R_{\text{экв}}}{K}$  от  $\sigma$  при  $\xi_1 = \xi = 3$ ,  $I(0) = v(0) = 10^{-3}$ ,  $C = 0.01$ ,  $b = 0$ ,  $q = 0.01$ ,  $L = 0$ ,  $d = 0$

Из рисунка 48 видно, что при прочих равных наибольшее значение  $R_{\text{ЭКВ}}$  достигается при индуктивной проводимости, т.к. при чисто индуктивной проводимости ( $\sigma = 0, L < 0$ ) при выполнении условия  $L = -1$  токи смещения и индуктивные токи в среде (в первой секции) становятся равными друг другу по величине, а наведенный заряд стремится к  $\infty$  [12]. Осцилляции при  $L > -1$  объясняются тем, что  $R_{\text{ЭКВ}}$  становится периодически по  $\xi_1$  с малым периодом, который увеличивается с ростом  $L$ .

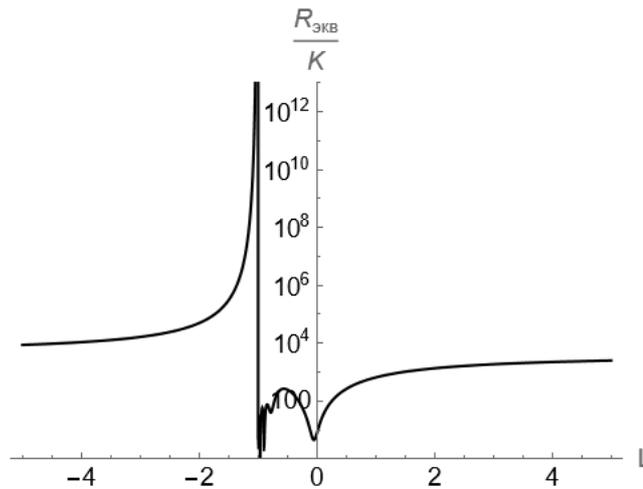


Рисунок 48 –  $\frac{R_{\text{ЭКВ}}}{K}$  от  $L$  при  $\xi_1 = \xi = 3, I(0) = v(0) = 10^{-3}, C = 0.01, b = 0, q = 0.01,$   
 $\sigma = 0, d = 0$

### 3.1.2. Нелинейная теория гибрида фото-ЛБВ и резистивного усилителя

Поскольку уравнения нелинейной теории как ЛБВ, так и резистивного усилителя не имеют аналитического решения, воспользуемся в первой секции описываемого гибрида методом заданного движения, развитым в работе [12], в которой проводился приближенный учет нелинейности процессов группирования в случае распространения бесконечно широкого электронного пучка в среде с индуктивной проводимостью. В настоящем разделе проведено обобщение развитой в [12] теории на случай произвольной комплексной проводимости.

Вернемся к размерным величинам и возьмем следующие начальные условия: на входе в первую секцию  $x = 0$   $i(0) = i_{10}, v(0) = v_{10}$ . Для удобства сравнения с [12] перепишем уравнений (3.1) и (3.2) в виде

$$i = e^{-j\beta_e x} \left( i_{10} \operatorname{ch} \beta_p g x + \frac{j\beta_e \rho_0}{\beta_p g} v_{10} \operatorname{sh} \beta_p g x \right), \quad (3.8)$$

$$v = e^{-j\beta_e x} \left( v_{10} \operatorname{ch} \beta_p g x - j \frac{\omega_p}{\omega} g v_0 \frac{i_{10}}{i_0} \operatorname{sh} \beta_p g x \right), \quad (3.9)$$

где  $jg = \frac{1}{\sqrt{1 - j\sigma + L}}$ ,  $i_0$  – средняя плотность тока.

Выделим действительную и мнимую часть  $g$ . Тогда

$$\frac{1}{\sqrt{1 - j\sigma + L}} = \frac{\exp\left(\frac{j}{2} \operatorname{arctg} \frac{\sigma}{1+L}\right)}{\sqrt[4]{(1+L)^2 + \sigma^2}}, \quad (3.10)$$

следовательно

$$\sqrt{q}g = sq - jcq, \quad (3.11)$$

$$\text{где } cq = \sqrt{q} \frac{\cos\left(\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{\sigma}{1+L}\right)}{\sqrt[4]{(1+L)^2 + \sigma^2}}, \quad sq = \sqrt{q} \frac{\sin\left(\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{\sigma}{1+L}\right)}{\sqrt[4]{(1+L)^2 + \sigma^2}}.$$

Перейдем теперь к нелинейной теории группирования в области дрейфа с произвольной проводимостью следуя [12], но руководствуясь [91]. Полная скорость электронов на входе в дрейф находится из выражения (в нормированном виде)

$$v_1 = v_0 + \operatorname{Re} \left[ \left( v_{10} \operatorname{ch} \beta_p g x - j \frac{\omega_p}{\omega} g v_0 \frac{i_{10}}{i_0} \operatorname{sh} \beta_p g x \right) e^{j\omega t_0} \right]. \quad (3.12)$$

Перейдем к переменным Лагранжа:  $t_1(x, t_0)$  – это момент времени, в который электроны потока, влетевшие в пространство взаимодействия в момент  $t_0$ , окажутся в точке с координатой  $x$

$$\omega t_1(x, t_0) = \omega t_0 + \beta_e x + \theta(x, t_0). \quad (3.13)$$

Тогда полная скорость электронов определяется выражением

$$v_1(x, t_1) = \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{1}{\frac{\partial t}{\partial x}} = \frac{v_0}{1 + \frac{1}{\beta_e} \frac{\partial \theta}{\partial x}} \Rightarrow \frac{\partial \theta}{\partial x} = \beta_e \left( \frac{v_0}{v_1} - 1 \right). \quad (3.14)$$

Считая, что второе и третье слагаемые в (3.12) малы, проинтегрируем (3.14) по координате от 0 до  $x$ , считая, что воздействие на пучок имеет периодический характер. Поэтому возмущение угла пролета электронов может быть представлено в виде

$$\theta(x, t_0) = \theta_0 + \operatorname{Re} \left[ \theta_1 e^{j\omega t_0} \right] = \theta_0 + B \cos(\omega t_0 + \varphi), \quad (3.15)$$

где  $\theta_0 = \theta(x=0)$ ,  $\theta_1 = B e^{j\varphi}$  (для простоты рассмотрен случай одной гармоники).

Тогда в общем случае

$$B = \sqrt{Ca^2 + Sa^2}, \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{-Sa}{Ca}, \quad (3.16)$$

$$\text{где } Ca = -\frac{1}{cq^2 + sq^2} \left\{ \frac{1}{\sqrt{q}} \frac{v_{10}}{v_0} (cq \operatorname{ch}(sq\xi) \sin(cq\xi) + sq \cos(cq\xi) \operatorname{sh}(sq\xi)) + \frac{i_{10}}{i_0} [2cqsq \times \right. \\ \left. (-1 + \cos(cq\xi) \operatorname{ch}(sq\xi)) + (cq^2 - sq^2) \sin(cq\xi) \operatorname{sh}(sq\xi)] \right\},$$

$$Sa = -\frac{1}{cq^2 + sq^2} \left\{ \frac{1}{\sqrt{q}} \frac{v_{10}}{v_0} (sq \operatorname{ch}(sq\xi) \sin(cq\xi) - cq \cos(cq\xi) \operatorname{sh}(sq\xi)) + \frac{i_{10}}{i_0} [-2cq \times \right. \\ \left. \times sq \sin(cq\xi) \operatorname{sh}(sq\xi) + (cq^2 - sq^2) (\cos(cq\xi) \operatorname{ch}(sq\xi) - 1)] \right\}.$$

Если проводимость реактивная (т.е.  $\sigma = 0$ ) и  $L < -1$ , то  $sq = 0$  и

$$cq = \sqrt{q} \sqrt{\frac{1}{1+L}} = jg_1, \text{ где } g_1 - \text{действительное число, то}$$

$$B = \sqrt{\left[ \frac{v_{10}}{g_1 v_0} \operatorname{sh} g_1 \xi \right]^2 + \left[ \frac{i_{10}}{i_0} (\operatorname{ch} g_1 \xi - 1) \right]^2}, \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{\frac{i_{10}}{i_0} (\operatorname{ch} g_1 \xi - 1)}{\frac{v_{10}}{g_1 v_0} \operatorname{sh} g_1 \xi}. \quad (3.17)$$

С учетом начальной модуляции по току закон сохранения заряда для пучка примет вид:

$$(I_0 + I_{10} e^{j\omega t_0}) d(\omega t_0) = I(x, t_1) d(\omega t_1). \quad (3.18)$$

где из-за одномерного случая  $\frac{I_{10}}{I_0} = \frac{i_{10}}{i_0}$ . Тогда формула тока первой гармоники,

примет вид

$$I_1(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \left( I_0 + I_{10} e^{j\omega t_0} \right) e^{-jn(\omega t_0 + B \cos(\omega t_0 + \varphi))} d(\omega t_0). \quad (3.19)$$

Так как рассматриваем одномерный случай справедливо  $\frac{I_{10}}{I_0} = \frac{i_{10}}{i_0}$ , тогда

окончательно получим

$$\frac{i_1}{i_0} = 2 \left( \frac{i_{10}}{i_0} J_0(B) + J_1(B) e^{j\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right)} \right), \quad (3.20)$$

которое переходит к виду соответствующего уравнения в [12]<sup>15</sup>.

Во второй секции воспользуемся методом заданного тока (в размерном виде):

$$E = -\frac{K\beta_e^2}{2} \int_x^{x+1} I_x e^{-j\beta_e(x+1-\tau)} d\tau = \frac{j}{2} K \frac{\beta_e}{\sqrt{q}} I_0 \frac{i_1}{i_0} (1 - e^{-j\xi}). \quad (3.21)$$

где  $l$  – длина второй секции. Тогда подставляя (3.20) и (3.21) в (3.4) получим искомое сопротивление.

Рисунки 49 и 50 построены при тех же параметрах, что и рисунки 44 и 45. Из рисунка 49 видно, что  $R_{\text{экв}}$  также периодически по длине второй секции, но с периодом отличным от линейной теории для случая вакуумного промежутка. В случае наличия проводимостей периодичность объясняется, по-видимому, при выбранных параметрах большим вкладом ЛБВ-секции и, следовательно, QС-спадом. Из рисунка 50 видно, что осцилляции в случае  $L = \sigma = 0$  при выбранных параметрах отсутствует и что в других случаях  $R_{\text{экв}}$  медленнее растет с длиной первой секции. Зависимости  $R_{\text{экв}}$  от  $b$ ,  $\sigma$  и  $L$  качественно не изменились, а  $R_{\text{экв}}$  больше на несколько порядков, поэтому соответствующие рисунки также не приводятся.

<sup>15</sup> В отличии от аналогичного уравнения в [12], в уравнении (3.20) удвоено первое слагаемое, что, по-видимому, является следствием опечатки в [12].

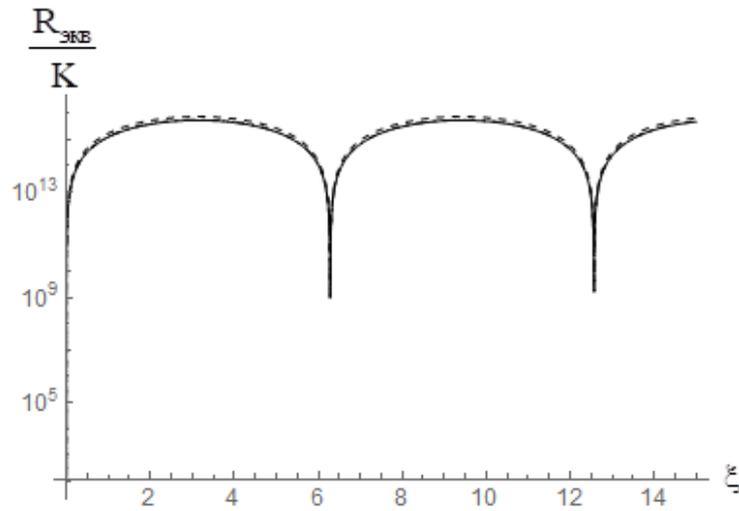


Рисунок 49 –  $\frac{R_{\text{ЭКВ}}}{K}$  от  $\xi$  (длины 2-й (ЛБВ) секции) при  $\xi_1 = 3$ ,  $i_{10} = v_{10} = 10^{-3}$ ,  $b = 0$ ,  $q = 0.01$ ,  $C = 0.01$ ,  $d = 0$  и различных проводимостях: сплошная –  $L = \sigma = 0$ , пунктир  $\sigma = 0$ ,  $L = -1.1$ , штрих-пунктир  $\sigma = 10^6$ ,  $L = 0$ , точки  $\sigma = 10$ ,  $L = 0$

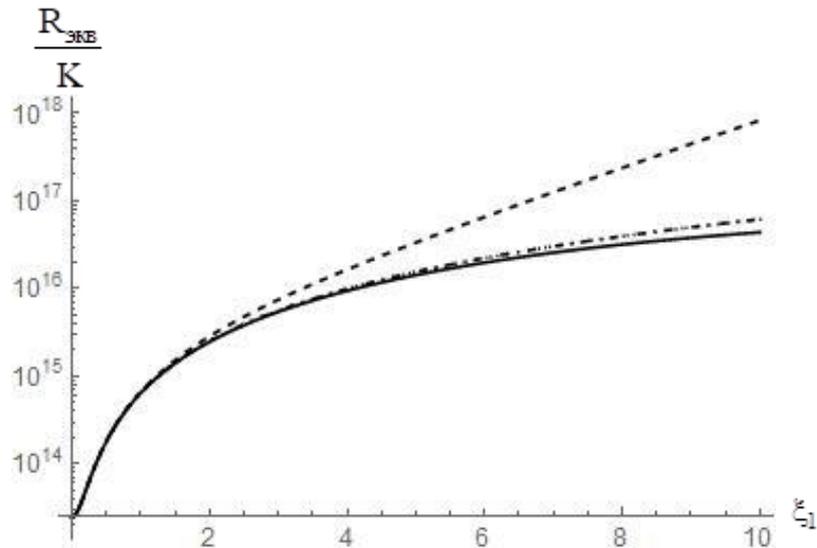


Рисунок 50 –  $\frac{R_{\text{ЭКВ}}}{K}$  от  $\xi_1$  (длины резистивной секции) при  $\xi = 3$ ,  $i_{10} = v_{10} = 10^{-3}$ ,  $C = 0.01$ ,  $b = 0$ ,  $q = 0.01$ ,  $d = 0$  и различных проводимостях: сплошная –  $L = \sigma = 0$ , пунктир  $\sigma = 0$ ,  $L = -1.1$ , штрих-пунктир  $\sigma = 10^6$ ,  $L = 0$ , точки  $\sigma = 10$ ,  $L = 0$

В заключение данного раздела можно сделать вывод, что по результатам линейной теории добавление в фото-ЛБВ секции с комплексной проводимостью между катодом и замедляющей системой позволяет на несколько порядков увеличить эквивалентное сопротивление при той же полной длине лампы. По

результатам нелинейной теории подбором проводимости можно не только увеличить эквивалентное сопротивление, но сократить полную длину лампы, т.к. при тех же параметрах во многих случаях эквивалентное сопротивление больше, чем в линейной теории.

### **3.2. Гибрид ЛБВ-метаматериал-ЛБВ**

Как известно по классической теории резистивного усилителя [4, 5, 10] ему необходимы модулирующее и съемное устройство. В первых экспериментах в этом качестве использовались и резонаторы, и отрезки спирали [5]. Однако, ещё не было попыток построения ни последовательной теории ЛБВ, в которой вместо локально поглотителя использовалась среда с комплексной диэлектрической проницаемостью (в дальнейшем КДП), ни гибрид резистивного усилителя и ЛБВ. В частности, неизвестно о попытках создания нелинейной теории резистивного усилителя с отрезками спирали в качестве модулирующего и съемного устройств.

Цель настоящего раздела – построение приближенной нелинейной теории гибрида ЛБВ и резистивного усилителя (ЛБВ-среда с КДП-ЛБВ), в том числе и приближенной нелинейной аналогично методу, использованному в главе 2 настоящей работы, т.е. при расширении на случай со средой с КДП волнового метода Овчарова-Солнцева.

#### **3.2.1. Классическая линейная теория**

Прежде всего построим классическую линейную теорию гибрида ЛБВ и резистивного усилителя образом, схожим с использованным в предыдущем разделе 3.2.1 настоящей главы. Используем следующую модель: ионнокомпенсированный одномерный электронный поток пронизывает входной отрезок ЗС, затем влетает в среду с КДП, а далее попадает в выходной отрезок ЗС. Предполагаем, что первый отрезок ЗС играет роль модулятора, а второй работает в обычном режиме. Полагаем, что характеристики отрезков ЗС, если не указано иначе, одинаковы.

Заметим, что для КДП-секции, в которой отсутствует ЗС, а, следовательно, и ВЧ поле бегущей замедленной волны в ней, вводить координату и параметр ПЗ

привычным для ЛБВ образом<sup>16</sup> не представляется удобным, поэтому используется следующая нормировка:  $F(\xi) = \frac{E(x)e^{j\beta_e x}}{2\beta_e V_0}$  – безразмерная амплитуда поля в ЗС ( $E$  – размерная напряженность электрического поля),  $C = \sqrt[3]{\frac{I_0 K}{4V_0}}$  – параметр усиления Пирса,  $I_0$  – средний ток пучка,  $K$  – сопротивление связи ЗС,  $V_0$  – ускоряющее напряжение,  $\beta_e = \omega/v_0$ ,  $\omega$  – рабочая частота,  $v_0$  – средняя скорость пучка,  $N = \frac{\beta_e x}{2\pi}$ ,  $\xi = \frac{2\pi CN}{C} = \beta_e x$ ,  $\omega_p^2 = e\rho_0/(m\varepsilon_0)$  – квадрат плазменной частоты,  $\rho_0$  – средняя плотность заряда в пучке,  $j = \sqrt{-1}$ ,  $b = \frac{v_0 - v_\phi}{v_\phi}$  – параметр рассинхронизма,  $v_\phi$  – фазовая скорость волны в ЗС без пучка,  $\varepsilon_0$  – диэлектрическая проницаемость вакуума,  $e/m$  – удельный заряд электрона,  $q = \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2$  – параметр ПЗ.

Т.к. ЗС отсутствует в КДП-секции, будем применять метод дисперсионного уравнения для расчета возмущения тока. В качестве начальных условий на вторую и третью секции выступает ток и его производная в конце предыдущей. Предполагаем, что в первую секцию влетает немодулированный пучок и на неё подают входной сигнал. Во втором отрезке ЗС, кроме условия на ток, добавляется равенство нулю начального возмущения напряженности электрического поля.

При малом параметре усиления  $C \ll 1$  и в отсутствии распределенных потерь в ЗС в первой секции (в нормировке настоящего раздела) поле в ЗС [117]

$$F = F_0 \left[ \frac{(\delta_1^2 + q)e^{\xi\delta_1}}{(\delta_1 - \delta_2)(\delta_1 - \delta_3)} + \frac{(\delta_2^2 + q)e^{\xi\delta_2}}{(\delta_2 - \delta_3)(\delta_2 - \delta_1)} + \frac{(\delta_3^2 + q)e^{\xi\delta_3}}{(\delta_3 - \delta_1)(\delta_3 - \delta_2)} \right], \quad (3.22)$$

где  $F_0$  – входной сигнал,  $\delta_i$  – корни дисперсионного уравнения

$$(\delta + jb)(\delta^2 + q) = -j(1 + b)^2 C^3, \quad (3.23)$$

<sup>16</sup> Т.е. с параметром Пирса.

поскольку корни дисперсионного уравнения в принятых в данном разделе обозначениях имеют вид  $\beta_e(1 + j\delta)$ . Заметим, что такой вид  $\delta_1$ ,  $q$  и  $b$  позволяет не только исключить влияние параметра  $C$  на параметры рассинхронизма и ПЗ, но и упрощает последующие выкладки, сохраняя близкий к привычной записи вид выражений. Чтобы получить привычные значения параметров ПЗ и рассинхронизма  $q$  и  $b$  в настоящей нормировке нужно разделить на  $C^2$  и  $C$  соответственно.

Переменный, нормированный на  $I_0 e^{-j\beta_e x}$  ток в начале КДП-секции найдем по методике из [117]

$$I(0) = jF_0 \left[ \frac{e^{l_1 \delta_1}}{(\delta_1 - \delta_2)(\delta_1 - \delta_3)} + \frac{e^{l_1 \delta_2}}{(\delta_2 - \delta_3)(\delta_2 - \delta_1)} + \frac{e^{l_1 \delta_3}}{(\delta_3 - \delta_1)(\delta_3 - \delta_2)} \right], \quad (3.24)$$

где  $l_1$  – нормированная длина 1-й секции.

Из линейной теории резистивного усилителя [5] для переменного тока в КДП-секции справедливо выражение

$$I(\xi) = \frac{1}{j(\psi_1 - \psi_2)} \left[ -(\Gamma'(l_1) + j\psi_2 I(l_1)) e^{-j\psi_1(\xi - l_1)} + (\Gamma'(l_1) + j\psi_1 I(l_1)) \times \right. \\ \left. \times e^{-j\psi_2(\xi - l_1)} \right], \quad (3.25)$$

где  $\psi_{1,2} = \pm \sqrt{q/\varepsilon}$  – корни дисперсионного уравнения в КДП секции в нормировке настоящего раздела с учетом введенной нормировки тока.

Для расчета КДП воспользуемся моделью Друде которую с учетом введенных обозначений  $\Gamma = (\gamma/\omega)^2$  и  $s = \omega_{pM}^2/\omega^2$  можно записать в виде

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{s}{1 + j\sqrt{\Gamma}}. \quad (3.26)$$

Примером такого метаматериала может служить структура из отрезков меандра, расположенных на одинаковом расстоянии между собой вдоль пучка (над и под ним) и ориентированных перпендикулярно пучку [8] (см. рисунок 10 в п.1.6). В случае правильно выбранного расстояния между меандрами, а также их

размеров пучок «видит» среду с отрицательной действительной частью эффективной КДП.

Для второго отрезка ЗС амплитуды парциальных волн тока находится с помощью решения системы

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \delta_1 & \delta_2 & \delta_3 \\ \delta_1^2 + q & \delta_2^2 + q & \delta_3^2 + q \end{pmatrix} \mathbf{I} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}(0)_p \\ \mathbf{I}'(0)_p \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

например методом Крамера, где  $\mathbf{I}(0)_p$ ,  $\mathbf{I}'(0)_p$  – ток и его производная на выходе КДП-секции, получаемые из уравнения (3.25). Третье уравнение (фактически это уравнение сгруппированного тока) соответствует отсутствию входного сигнала во 2-м отрезке ЗС.

В соответствии с (3.27) коэффициент усиления по напряженности электрического поля можно получить как

$$G = 20 \lg \left| \frac{F}{F_0} \right| = 20 \lg \left| \frac{1}{jF_0} \left( q\mathbf{I}(l_2)_p + \frac{d^2\mathbf{I}(l_2)_p}{d\xi^2} \right) \right|, \quad (3.28)$$

где  $l_2$  – нормированная длина последней секции.

Введем величины  $h_1$  и  $h_2$  – координаты начала и конца КДП-секции в долях от полной длины гибрида. Например, если  $h_1 = 0.15$ ,  $h_2 = 0.6$ , то первая секция занимает первые 15% полной длины ( $l_1 = 0.15\beta_e x$ , где  $x$  – длина гибрида), КДП-секция  $h_2 - h_1 = 0.45$ , т.е. 45% полной длины, а последняя – оставшиеся 40% ( $l_2 = 0.4\beta_e x$ ).

В качестве опорных возьмем параметры из статьи [118], в которой приводятся данные натурального эксперимента для ЛБВ с частотой 220 ГГц, током 52.4 мА, ускоряющим потенциалом 20.5 кВ, сопротивлением связи 1.6 Ом (и соответственно  $C = 0.01$ ), длиной ЗС (без учета длины поглотителя) – 53 мм и радиусом пролетного канала 0.12 мм. С учетом геометрии ЗС (петляющего волновода)  $CN = 1.44$ .

Сравним три варианта: классическая ЛБВ без разрыва и локального поглотителя, указанный гибрид и ЛБВ с разрывом – вакуумным промежутком дрейфа, границы которого одинаковы с КДП-секцией гибрида. Предполагаем, что все они имеют одинаковую полную длину<sup>17</sup>. Такое сравнение позволит уточнить и разделить влияние секции дрейфа и влияние среды на происходящие процессы. По умолчанию будем использовать следующие границы КДП-секции  $h_1 = 0.1$ ,  $h_2 = 0.85$ , что с учетом полной безразмерной длины  $\beta_e x$  равной 897.14 равно 89.71, 762.57 соответственно.

Отметим, что на рисунке 51 отчетливо видны границы секций. Во-вторых, видно, как в них меняется группировка электронов. Напомним, что в ЛБВ в области разрыва (без ЗС) группировка при малом ПЗ обеспечивается только баллистическим эффектом, как в пространстве дрейфа клистрона, а потому при достаточно большой длине данной секции следует ожидать периодичность изменения тока.

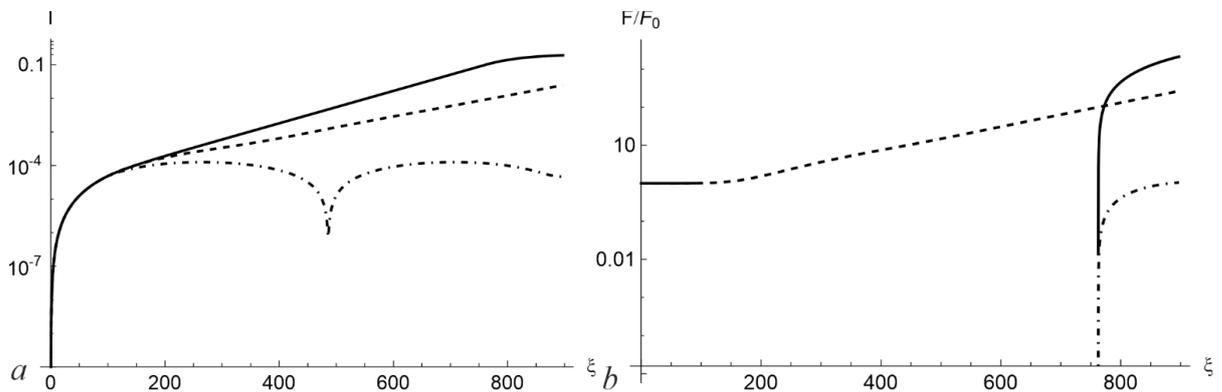


Рисунок 51 – Зависимости (в логарифмическом масштабе) нормированного тока (a) и отношения поля к входному сигналу (b) от безразмерной координаты. Здесь и далее: сплошная – гибрид, пунктир – ЛБВ, штрих-пунктир – ЛБВ с разрывом.

$$\text{При } b = b_1 = 0, \quad q = 5 * 10^{-5}, \quad F_0 = 10^{-8}, \quad s = 1.4, \quad \Gamma = 5 * 10^{-3}$$

Очевидно, что для усиления в описываемом гибриде требуется, чтобы пучок влетал в КДП-секцию сгруппированным, т.е. в выбранных обозначениях с ненулевым ВЧ током пучка. Как первое приближение, обеспечивающее

<sup>17</sup> Под полной длиной будем понимать расстояние от входа до выхода.

эффективную группировку в первой секции рассмотрим в ней режимы близкие к срыву Компфнера, когда волна эффективно отдает энергию пучку. Из рисунка 52, на котором показаны результаты в случае, когда 1-я секция работает в режиме подавления, видно, что коэффициент усиления гибрида (как и ЛБВ с разрывом) слабо зависит от параметра рассинхронизма последней секции, а также, что выигрыша в использовании подавления в 1-й секции не наблюдается. Это происходит потому, что при выбранной длине 1-й секции подавление мало (на уровне  $-0.8$  дБ) и эффективное преобразование энергии волны в модуляцию пучка с существенным подавлением волны в этой секции при выбранных параметрах не наблюдается<sup>18</sup>. Также видно при выбранных параметрах  $G$  гибрида больше, чем у классической ЛБВ в оптимуме. В дальнейшем будем предполагать, что параметры рассинхронизма обоих отрезков ЗС одинаковы, т.е.  $b = b_1$ .

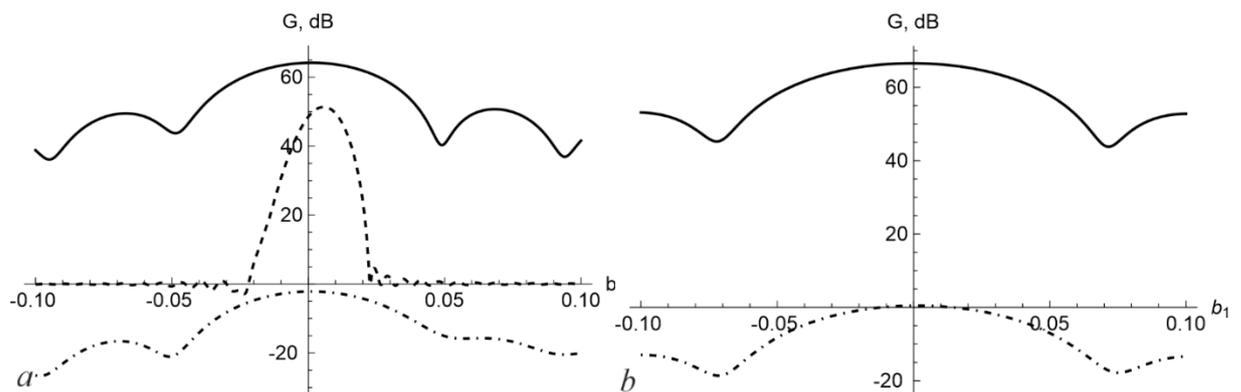


Рисунок 52 – Зависимости  $G$  от (а) параметра рассинхронизма 2-й секции<sup>19</sup> при 1-й секции, работающей в режиме подавления, и (б) при от параметра рассинхронизма 1-й секции при  $q = 5 \cdot 10^{-5}$ ,  $F_0 = 10^{-8}$ ,  $s = 1.4$ ,  $\Gamma = 5 \cdot 10^{-3}$ ; (а)  $b_1 = -0.029$ , (б)  $b = 0$ . Здесь: сплошная – гибрид, пунктир – ЛБВ, штрих-пунктир – ЛБВ с разрывом

Нужно отметить, что в работе [118]  $G=31.2$  дБ. Однако там рассматривается ЛБВ с локальным поглотителем, причем явно не указан ряд параметров: положение

<sup>18</sup> Режимы эффективной модуляции электронного потока по скорости в первой секции, когда значительная часть энергии электромагнитной волны передается электронному потоку – не рассматривались, поскольку они требуют существенно большей длины секции модулятора.

<sup>19</sup> Для классической ЛБВ просто от параметра рассинхронизма

и длина локального поглотителя, площади поперечного сечения пучка. Были проведены оценки этих величин.

Исследуем влияние на коэффициент усиления гибрида относительных длин секций. Как видно из рисунков 53 и 54, есть условия оптимума от свойств КДП-секции. Как в линейной теории ЛБВ важно местоположение и длина локального поглотителя, так и для рассматриваемого гибрида важна КДП-секция. Из рисунка 53 видно, что при малом  $q$ , когда преобладает конвективная неустойчивость в отрезках ЗС, наиболее важно сгруппировать пучок за счет увеличения доли первой секции (нижний правый угол на рисунке 53a). При увеличении  $q$  конвективная неустойчивость в секциях с ЗС уступает главную роль резистивной неустойчивости в секции с метаматериалом, и появляется оптимум при достаточно длинной КДП-секции (левый верхний угол на рисунке 53b).

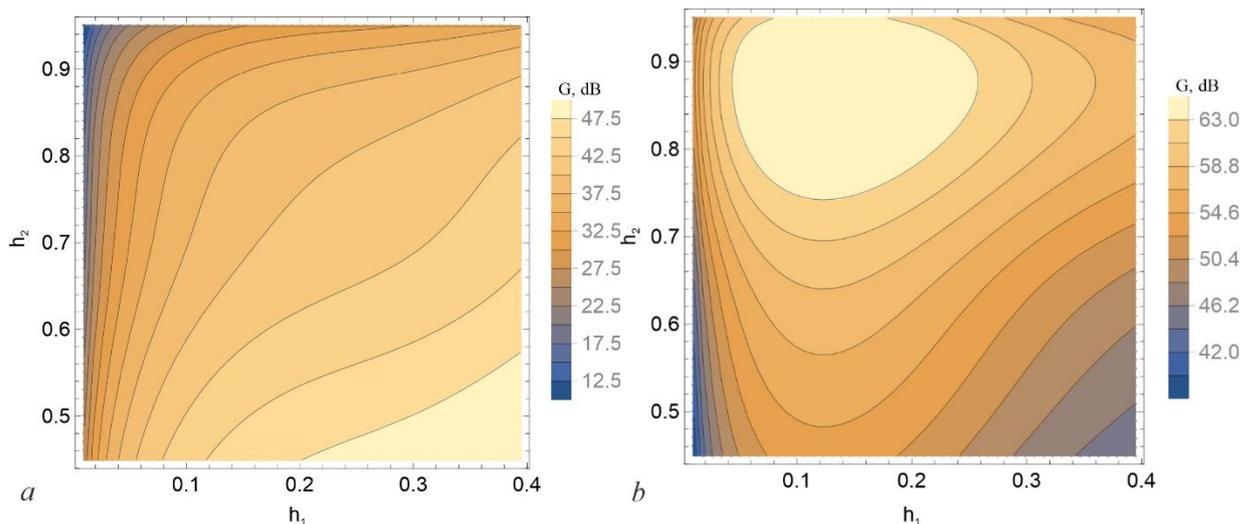


Рисунок 53 – Зависимость  $G$  от границ КДП-секции. При  $b = b_1 = 0$ ,  $F_0 = 10^{-8}$ ,

$$s = 1.4, \Gamma = 5 \cdot 10^{-3}; (a) q = 10^{-5}, (b) q = 5 \cdot 10^{-5}$$

Таким образом, для малых ПЗ, для достижения оптимума почти половина длины должна приходиться на модулятор, столько же на среду с КДП, и оставшаяся короткая область – выходной секции. Для больших ПЗ – короткий модулятор, длинная область среды и короткая область выходной секции.

Из рисунка 54 видно влияние свойств среды на коэффициент усиления. Наибольшее значение, как и следовало ожидать, наблюдается вблизи резонанса  $s=1$  при достаточно малом  $\Gamma$ . Этот резонанс, как и в теории резистивного

усилителя, можно объяснить (по аналогии с [12]) следующим: токи смещения и индуктивные токи в среде становятся равными друг другу по величине, а наведенный заряд стремится к  $\infty$ . Область большего коэффициента усиления при  $s > 1$  можно в этом случае объяснить тем, что силы ПЗ в пучке и силы, создаваемые наведенным зарядом, оказываются в противоположных фазах, что приводит к улучшению условий группировки электронов в пучке. В случае  $s < 1$  напряженность электрического поля, создаваемого наведенным зарядом, складывается в фазе с силами ПЗ в пучке; в результате увеличивается продольное расталкивание электронов и следуя терминологии [12] можно говорить о том, что усиление волны пространственного заряда оказывается невозможным.

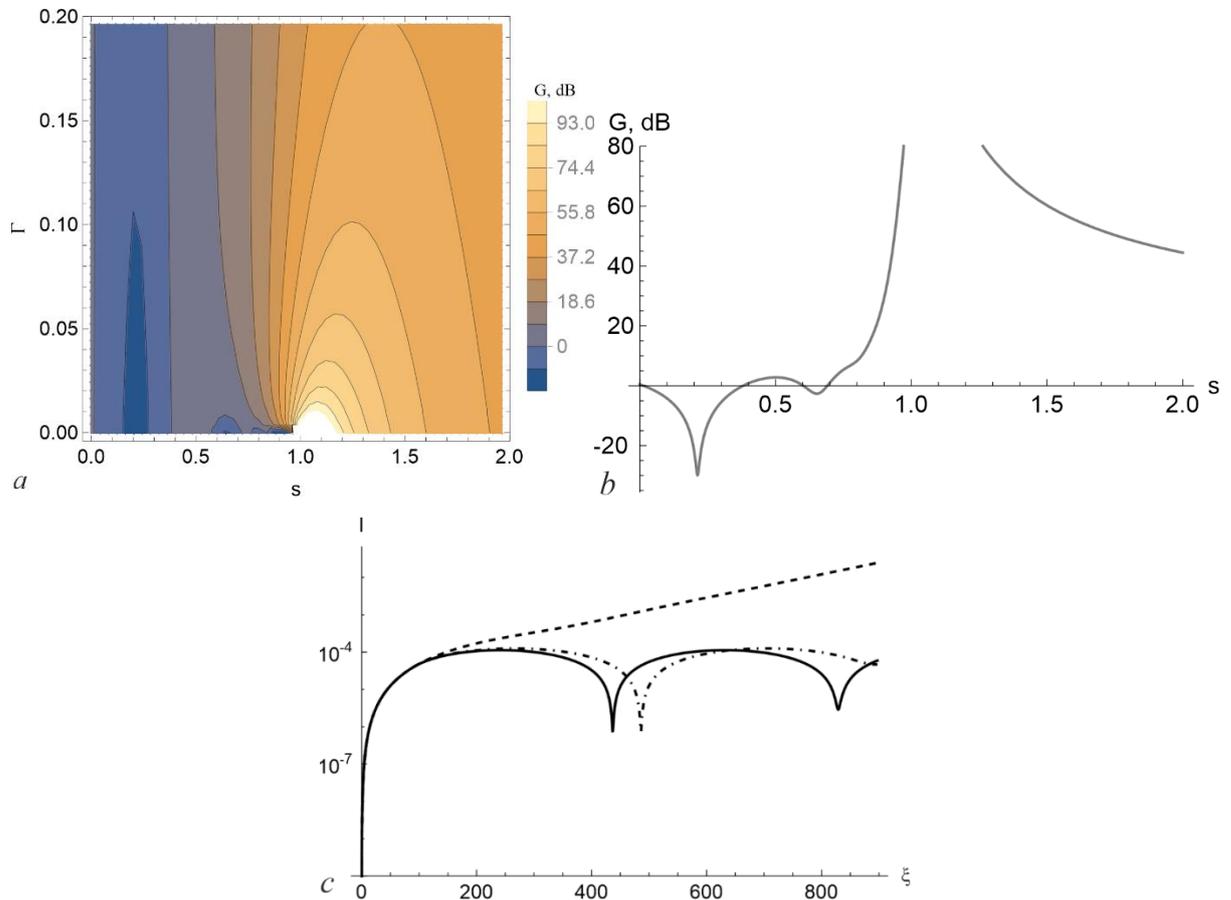
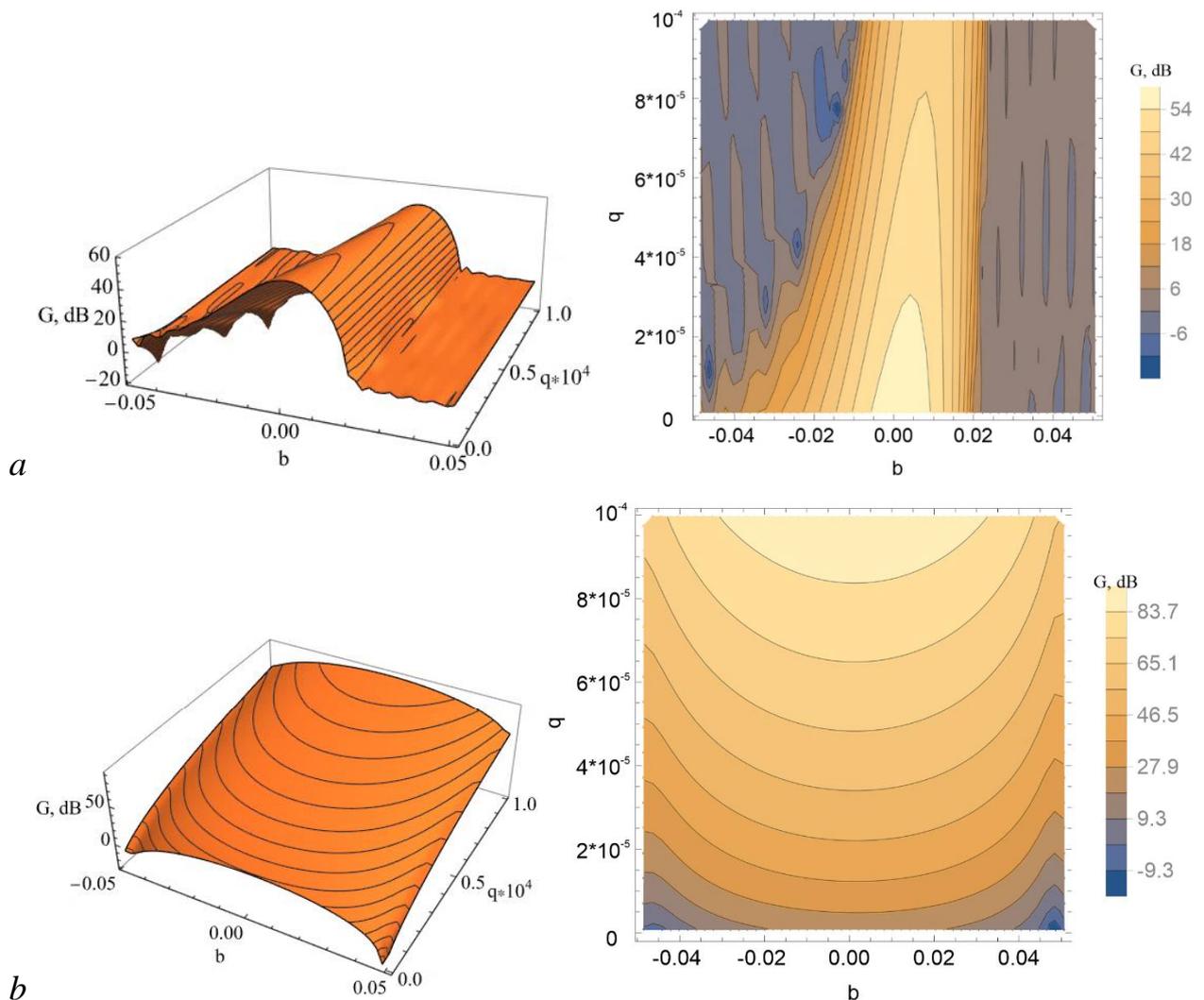


Рисунок 54 – Зависимость  $G$  от свойств КДП-секции ( $a, b$ ) и зависимость тока от безразмерной длины ( $c$ ) при  $b = b_1 = 0$ ,  $q = 5 \cdot 10^{-5}$ ,  $F_0 = 10^{-8}$ ; ( $b, c$ )  $\Gamma = 5 \cdot 10^{-3}$ ; ( $c$ )  $s = 0.212$

Кроме того, при некоторых  $\Gamma$  и  $s$  появляется зона подавления (см. например рисунок 54b). В этой зоне среда не является метаматериалом и обладает

действительной частью  $\varepsilon$  близкой к 1. С изменением  $CN$  и  $q$  координаты подавления и его глубина меняются. Из рисунка 54с видно, что при выбранных параметрах в зоне подавления гибрид демонстрирует поведение схожее с ЛБВ с разрывом (подобно баллистическому эффекту) и группировка значительно хуже, чем в случае метаматериала, и сравнима с вакуумным пространством дрейфа. Таким образом, этот эффект не объясняется только влиянием параметра затухания в среде Г. В этой зоне, по-видимому, в среде ухудшается группировка из-за продольного расталкивания электронов.

Из рисунка 55 видно, что при малом ПЗ коэффициент усиления классической ЛБВ вблизи  $b=0$  превосходит коэффициент усиления гибрида, а по мере увеличения параметра ПЗ, наоборот. Из этого можно сделать вывод, что в гибриде действуют две неустойчивости, свойственные ЛБВ и КДП, причем при малом ПЗ преобладает конвективная неустойчивость в отрезках ЗС.



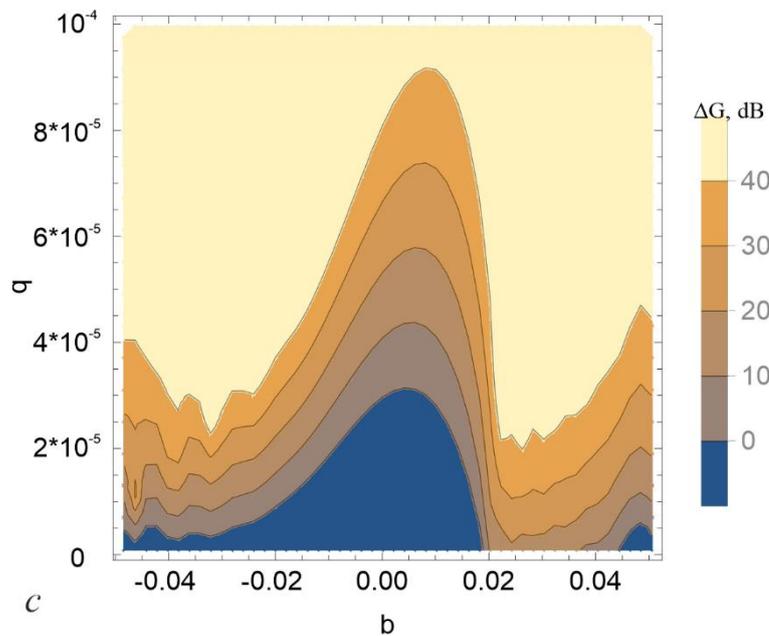


Рисунок 55 – Зависимости  $G$  от параметра рассинхронизма и ПЗ для (a) ЛБВ, (b) гибрида и (c) разница (гибрид-ЛБВ) при  $b = b_1$ ,  $F_0 = 10^{-8}$ ,  $s = 1.4$ ,  $\Gamma = 5 * 10^{-3}$

Наличие среды с КДП, как видно из рисунка 55, делает прибор менее чувствительным к параметру рассинхронизма (область положительного  $G$  от  $b$  увеличивается). Также видно, что в области оптимального (малого) рассинхронизма и малого ПЗ коэффициент усиления в ЛБВ без разрыва больше, чем у гибрида, а область, где коэффициент усиления больше у гибрида, увеличивается с ростом  $q$ .

Таким образом в этом подразделе изложена построенная линейная теория указанного гибрида. В следующих разделах излагаются подходы к приближенной нелинейной теории.

### 3.2.2. Модификация волнового метода Овчарова-Солнцева

Будем в этом разделе исследовать следующую модель: ионнокомпенсированный одномерный электронный поток пронизывает входную секцию, затем влетает в среду с КДП, а далее попадает в выходную секцию. Считаем, что на все электроны данного поперечного сечения пучка действует одинаковое усредненное по сечению электрическое поле, и что движение электронов однонаправленное. Кроме того, предполагается, что модуляция электронов по скорости мала, однако никаких ограничений на глубину модуляции

потока электронов по току и плотности не накладывается. Полагаем, что характеристики отрезков ЗС (за исключением длины) одинаковы.

Следуя методике работы [90], в качестве исходных используем следующие нелинейные уравнения ЛБВ в переменных Лагранжа с учетом введенной ранее нормировки:

$$-\frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} = \operatorname{Re} \left[ F e^{j(\omega t_0 + \theta)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{j p_n^2}{n} q I_n e^{jn(\omega t_0 + \theta)} \right], \quad (3.29)$$

$$\frac{dF}{d\xi} + j b F = -(1 + b)^2 C^3 I_1, \quad (3.30)$$

$$I_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-jn(\omega t_0 + \theta)} d(\omega t_0), \quad (3.31)$$

где  $\theta(\xi, t_0)$  – возмущение угла пролета электронов под действием поля,  $p_n^2 = n^2 / (n^2 + k^2)$ ,  $k = 2 / (\beta_e r)$ ,  $r$  – радиус пучка,  $t_0$  – время влета электронов в пространство взаимодействия,  $I_n$  – нормированная амплитуда  $n$ -ой гармоники тока.

Представим возмущение угла пролета электронов под действием поля, в виде ряда Фурье [90]:

$$\theta(\xi) = \frac{\theta_0(\xi)}{2} + \operatorname{Re} \sum_{m=1}^{\infty} \theta_m(\xi) e^{jm\omega t_0}, \quad (3.32)$$

где  $\theta_m(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \theta(x, t_0) e^{-jm\omega t_0} d(\omega t_0)$ ,  $\theta_0(\xi)$  – компонента, не зависящая от фазы

влета, и её производная соответствует изменению безразмерного потока кинетической энергии в текущей точке относительно начальной. Умножим (3.29) на  $e^{-jm\omega t_0} / \pi$  и проинтегрируем по  $t_0$  от 0 до  $2\pi$ , тогда с учетом (3.32) получим:

$$-\frac{\partial^2 \theta_m}{\partial \xi^2} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \operatorname{Re} \left[ F e^{j(\omega t_0 + \theta)} \right] e^{-jm\omega t_0} d(\omega t_0) + \frac{1}{\pi} \times \\ \times \int_0^{2\pi} \operatorname{Re} \left[ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{j p_n^2}{n} q I_n e^{jn(\omega t_0 + \theta)} \right] e^{-jm\omega t_0} d(\omega t_0). \quad (3.33)$$

Для вычисления интегралов ограничимся 1-м членом в уравнении (3.32) и введем

$$\theta = \frac{\theta_0}{2} + \operatorname{Re} \left[ \operatorname{Be}^{j\omega t_0} \right], \quad (3.34)$$

где  $\mathbf{B} = \theta_1$ .

Тогда в уравнении (3.31), получим

$$I_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-jn \left( \omega t_0 + \frac{\theta_0}{2} + \operatorname{Re} \left[ \operatorname{Be}^{j\omega t_0} \right] \right)} d(\omega t_0). \quad (3.35)$$

Используя введенные ранее обозначения для  $m = 0$ , уравнение (3.33) примет вид

$$\begin{aligned} -\frac{\partial^2 \theta_0}{\partial \xi^2} &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \operatorname{Re} \left[ \operatorname{Fe}^{j \left( \omega t_0 + \frac{\theta_0}{2} + \operatorname{Re} \left[ \operatorname{Be}^{j\omega t_0} \right] \right)} \right] d(\omega t_0) + \sum_{n=1}^{\infty} q \frac{p_n^2}{n} \frac{1}{\pi} \times \\ &\times \int_0^{2\pi} \operatorname{Re} \left[ j I_n e^{jn \left( \omega t_0 + \frac{\theta_0}{2} + \operatorname{Re} \left[ \operatorname{Be}^{j\omega t_0} \right] \right)} \right] d(\omega t_0). \end{aligned} \quad (3.36)$$

Для  $m = 1$  уравнение (3.33) примет вид

$$\begin{aligned} -\frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial \xi^2} &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \operatorname{Re} \left[ \operatorname{Fe}^{j \left( \omega t_0 + \frac{\theta_0}{2} + \operatorname{Re} \left[ \operatorname{Be}^{j\omega t_0} \right] \right)} \right] e^{-j\omega t_0} d(\omega t_0) + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} q \frac{p_n^2}{n} \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \operatorname{Re} \left[ j I_n e^{jn \left( \omega t_0 + \frac{\theta_0}{2} + \operatorname{Re} \left[ \operatorname{Be}^{j\omega t_0} \right] \right)} \right] e^{-j\omega t_0} d(\omega t_0). \end{aligned} \quad (3.37)$$

Для КДП-секции, в которой отсутствует ЗС, а следовательно и ВЧ поле в ней, уменьшается количество основных уравнений: остается уравнение (3.35), а выражения для компонент угла пролета электронов принимают вид

$$-\frac{\partial^2 \theta_0}{\partial \xi^2} = \sum_{n=1}^{\infty} q \frac{p_n^2}{n} \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \operatorname{Re} \left[ \frac{j}{\varepsilon(n)} I_n e^{jn \left( \omega t_0 + \frac{\theta_0}{2} + \operatorname{Re} \left[ \operatorname{Be}^{j\omega t_0} \right] \right)} \right] d(\omega t_0), \quad (3.38)$$

$$-\frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial \xi^2} = \sum_{n=1}^{\infty} q \frac{p_n^2}{n} \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \operatorname{Re} \left[ \frac{j}{\varepsilon(n)} I_n e^{jn \left( \omega t_0 + \frac{\theta_0}{2} + \operatorname{Re} \left[ \operatorname{Be}^{j\omega t_0} \right] \right)} \right] e^{-j\omega t_0} d(\omega t_0). \quad (3.39)$$

С учетом разложения по временным гармоникам КДП примет вид

$$\varepsilon(n) = 1 - \frac{s_M}{n(n + j\Gamma)}. \quad (3.40)$$

Если разложить  $B$  на модуль и фазу, то уравнение (3.35) примет вид

$$I_n = 2J_n(n|B|)e^{-jn\left(\frac{\theta_0 + \pi}{2} - \text{Arg}B\right)}. \quad (3.41)$$

А уравнения (3.36), (3.37) и (3.30)

$$\frac{dF}{d\xi} + jbF = -(1+b)^2 C^3 2J_1(|B|)e^{j\left(\text{Arg}B - \frac{\theta_0}{2} - \frac{\pi}{2}\right)}, \quad (3.42)$$

$$\frac{\partial^2 \theta_0}{\partial \xi^2} = -J_1(|B|)2\text{Re}\left(Fe^{-j\left(\text{Arg}B - \frac{\pi}{2} - \frac{\theta_0}{2}\right)}\right), \quad (3.43)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 B}{\partial \xi^2} = - & \left[ FJ_0(|B|)e^{j\frac{\theta_0}{2}} + F^*J_2(|B|)e^{-j\left(\frac{\theta_0}{2} - 2\left[\text{Arg}B - \frac{\pi}{2}\right]\right)} + 2j\sum_{n=1}^{\infty} qJ_n(n|B|)e^{jn\left(\text{Arg}B - \frac{\pi}{2}\right)} \right. \\ & \left. \times \frac{p_n^2}{n}\left(J_{n-1}(n|B|) - J_{n+1}(n|B|)\right) \right], \quad (3.44) \end{aligned}$$

где знаком «\*» обозначается комплексное сопряжение. Уравнения (3.38) и (3.39) запишутся как

$$\frac{\partial^2 \theta_0}{\partial \xi^2} = -2j\sum_{n=1}^{\infty} q \frac{p_n^2}{n} J_n^2(n|B|) \left( \frac{1}{\varepsilon(n)} - \frac{1}{\varepsilon^*(n)} \right), \quad (3.45)$$

$$\frac{\partial^2 B}{\partial \xi^2} = -2j\sum_{n=1}^{\infty} q \frac{p_n^2}{n} J_n(n|B|)e^{jn\left(\text{Arg}B - \frac{\pi}{2}\right)} \left( \frac{J_{n-1}(n|B|)}{\varepsilon(n)} - \frac{J_{n+1}(n|B|)}{\varepsilon^*(n)} \right). \quad (3.46)$$

Таким образом отрезки ЗС описывает система уравнений (3.42) – (3.44), а КДП-секцию (3.45) и (3.46).

В качестве начальных условий для первой (входной) секции возьмем

$$F(0) = F_0, \quad B(0) = 0, \quad \frac{dB(0)}{d\xi} = 0, \quad \frac{d\theta_0(0)}{d\xi} = 0, \quad \theta_0(0) = 0. \quad (3.47)$$

Для КДП-секции начальными условиями будут

$$\frac{dB(0)}{d\xi} = \frac{dB}{d\xi} \Big|_{3C1}, \quad B(0) = B \Big|_{3C1}, \quad \frac{d\theta_0(0)}{d\xi} = \frac{d\theta_0}{d\xi} \Big|_{3C1}, \quad \theta_0(0) = \theta_0 \Big|_{3C1}. \quad (3.48)$$

Начальные условия в выходной секции примут вид

$$\frac{dB(0)}{d\xi} = \frac{dB}{d\xi} \Big|_{\text{КДП}}, \quad B(0) = B \Big|_{\text{КДП}}, \quad \frac{d\theta_0(0)}{d\xi} = \frac{d\theta_0}{d\xi} \Big|_{\text{КДП}}, \quad \theta_0(0) = \theta_0 \Big|_{\text{КДП}}, \quad F(0) = 0. \quad (3.49)$$

Коэффициент усиления будем искать по формуле

$$G = 20 \lg \left| \frac{F}{F_0} \right|. \quad (3.50)$$

При выбранных параметрах результаты, полученные волновым методом при слабом сигнале, показывают хорошее соответствие с результатами линейной теории в довольно большой области параметров со следующими особенностями. В зависимости коэффициента усиления от границ КДП-секции в отличие от рисунка 53 в нелинейной теории оптимумы проступают отчетливее и смещены к соответствующим углам.

Из рисунка 56 видно, что зависимости хорошо совпадают при  $|b| < 0.03$ <sup>20</sup>. При  $|b| > 0.03$ , по-видимому, проявляется особенность волнового метода, а точнее границы применимости из-за отброшенных членов. Возможно, здесь происходит нарушение баланса между торможением всего пучка и движением частиц в пучке.

Из рисунка 57 видно, что у гибрида лучшая группировка и соответственно значение параметра  $B$ , соответствующее максимуму тока, достигается при меньшей входной мощности, причем коэффициент усиления гибрида значительно выше, чем у ЛБВ. Для ЛБВ с разрывом, по аналогии с линейной теорией можно предположить, что если длина модулятора и величина входного сигнала недостаточно велики, то не происходит достаточная модуляция по скорости. Из-за этого коэффициент усиления пренебрежимо мал по сравнению с остальными случаями, и в дальнейшем ЛБВ с разрывом рассматривать не будем. Из графиков также видна граница применимости метода, т.е. когда все гармоники кроме первой можно отбросить, а именно пока модуль тока не превысит 1.16 – значение,

<sup>20</sup> Заметим, что это значение параметра рассинхронизма в обычной для ЛБВ нормировке равно 2.98.

обусловленное свойствами функции Бесселя, и поэтому зависимости за ним не рассматриваются.

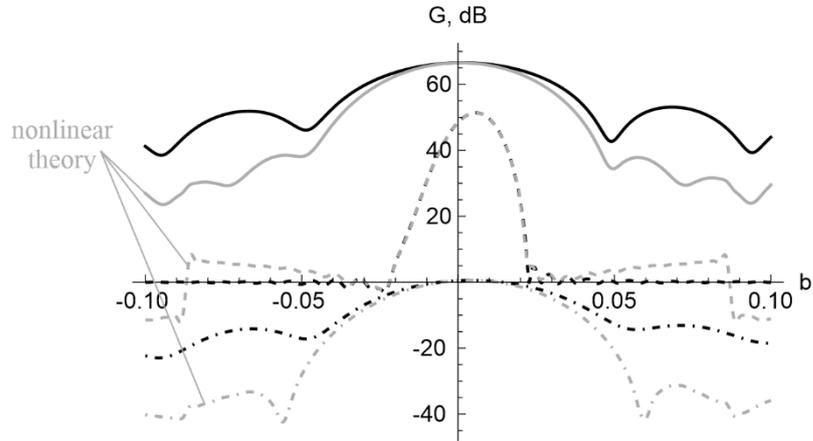


Рисунок 56 – Зависимости  $G$  от параметра рассинхронизма для линейной (черные линии) и нелинейной (серые линии) теорий при  $q = 5 \cdot 10^{-5}$ ,  $F_0 = 10^{-8}$ ,  $s = 1.4$ ,  $\Gamma = 5 \cdot 10^{-3}$ . Здесь: сплошная – гибрид, пунктир – ЛБВ, штрих-пунктир – ЛБВ с разрывом

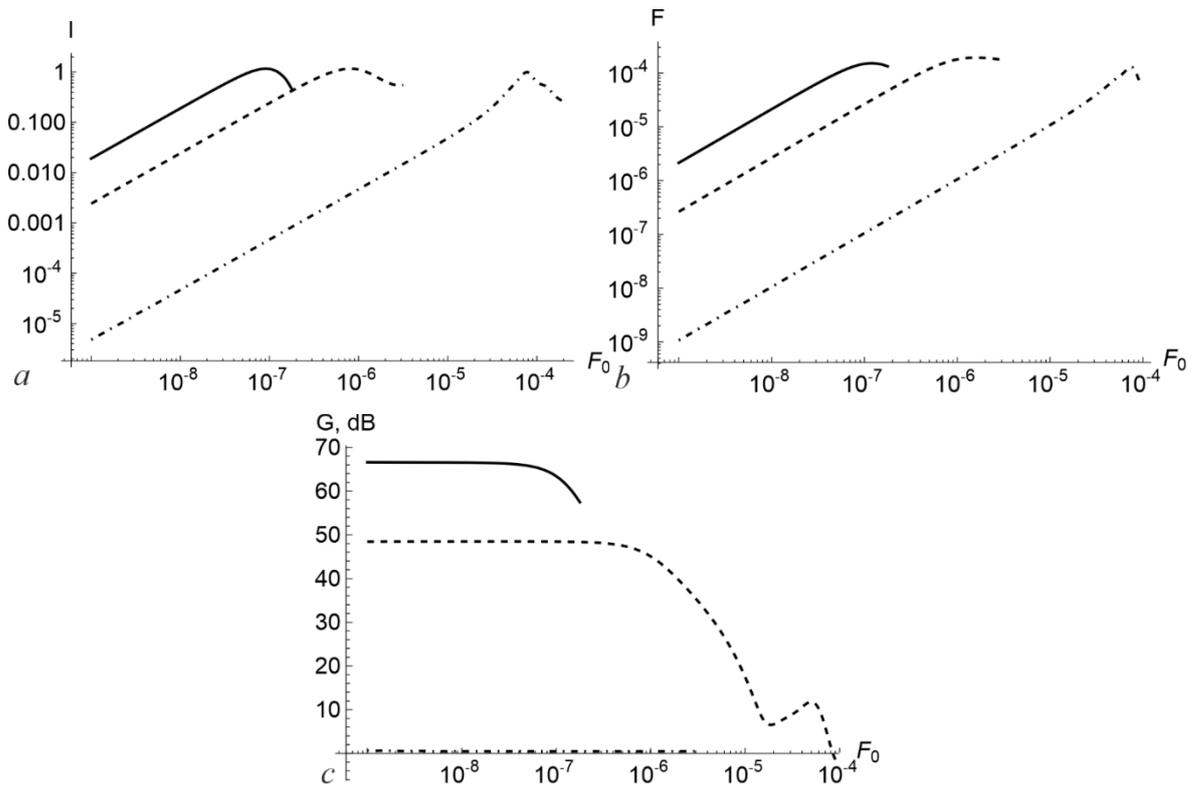


Рисунок 57 – Зависимости модулей (a) тока, (b) поля и (c)  $G$  от входного сигнала  $F_0$  при  $b = b_1 = 0$ ,  $q = 5 \cdot 10^{-5}$ ,  $s = 1.2$ ,  $\Gamma = 5 \cdot 10^{-3}$ . Здесь: сплошная – гибрид, пунктир – ЛБВ, штрих-пунктир – ЛБВ с разрывом

### 3.2.3. Стационарная нелинейная теория (метод крупных частиц)

Рассмотрим результаты стационарной нелинейной теории для гибрида ЛБВ-КДП-ЛБВ, полученной методом крупных частиц, и сравним их с приведенными ранее. В отрезках ЗС используем аппроксимацию коэффициента редукции [119] и основные уравнения из [120], которые примут вид для  $n$ -ой частицы:

$$\frac{\partial^2 \theta_n}{\partial \zeta^2} = -(2\pi N)^2 \left( 1 + \frac{1}{2\pi N} \frac{\partial \theta_n}{\partial \zeta} \right)^3 \operatorname{Re} \left[ F e^{j\theta_n} + jQ \sum_{m=1}^M \frac{R_m e^{jm\theta_n}}{m} \left( \sum_n \frac{2}{N_p} e^{-jm\theta_n} \right) \right], \quad (3.51)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \zeta} + 2j\pi N b F = -2C^3 N \sum_n \frac{2\pi}{N_p} e^{-jm\theta_n}, \quad (3.52)$$

где  $\zeta = x/l$ ,  $l$  — длина пространства взаимодействия в метрах,  $N_p$  — число крупных частиц,  $M$  — число исследуемых гармоник,  $R_m$  — коэффициент редукции. Для всех представленных ниже результатов  $N_p = 64$ ,  $M = 7$ .

Для КДП-секции уравнение движения  $n$ -ой частицы примет вид

$$\frac{\partial^2 \theta_n}{\partial \zeta^2} = -(2\pi N)^2 \left( 1 + \frac{1}{2\pi N} \frac{\partial \theta_n}{\partial \zeta} \right)^3 \operatorname{Re} \left[ jQ \sum_{m=1}^M \frac{R_m e^{jm\theta_n}}{m \varepsilon(n)} \left( \sum_n \frac{2}{N_p} e^{-jm\theta_n} \right) \right]. \quad (3.53)$$

В качестве граничных условий считаем, что  $\theta$  и  $\frac{\partial \theta}{\partial \zeta}$  непрерывны на концах секций,

а на входе в последнюю секцию ВЧ поле в ЗС отсутствует.

В настоящем разделе в основном исследовался бесконечно широкий пучок. Для учета конечности заполнения необходимо  $R_m$  рассчитывать по формуле [120]

$$R_m = \left( 1 + \frac{7.5214(r/a)^2 - 4.3178(r/a) + 2.4895}{m^2 \beta_e^2 r^2} \right)^{-1}, \quad (3.54)$$

где  $a$  — радиус пролетного канала.

При слабом сигнале результаты по методу крупных частиц хорошо совпадают с представленными выше, а потому не приводятся. Большой интерес представляет анализ гибрида для сравнительно больших сигналов.

<sup>21</sup> Заметим, что необычная для теории ЛБВ сочетание  $C^3$  — следствие выбранной нормировки.

Необходимо отметить, что группировка электронов (в том числе и в гибриде), предсказываемая волновым методом и методом крупных частиц, существенно отличается. Пока группировка сравнительно мала, предсказываемые этими методами токи первой гармоники совпадают, однако с увеличением входного сигнала, как видно из рисунка 58, начинаются заметные различия: отличаются количество и «место» формирования сгустков. Кроме того, ближе к выходу ток первой гармоники, предсказываемый методом крупных частиц, превышает расчеты по волновому методу. Таким образом, несмотря на то что волновой метод и метод крупных частиц описывают существенно разную группировку в исследуемой модели, «интегрально» (т.е. по току первой гармоники и, следовательно, коэффициенту усиления) они (как будет показано ниже) показывают неплохое соответствие в достаточно широкой области параметров.

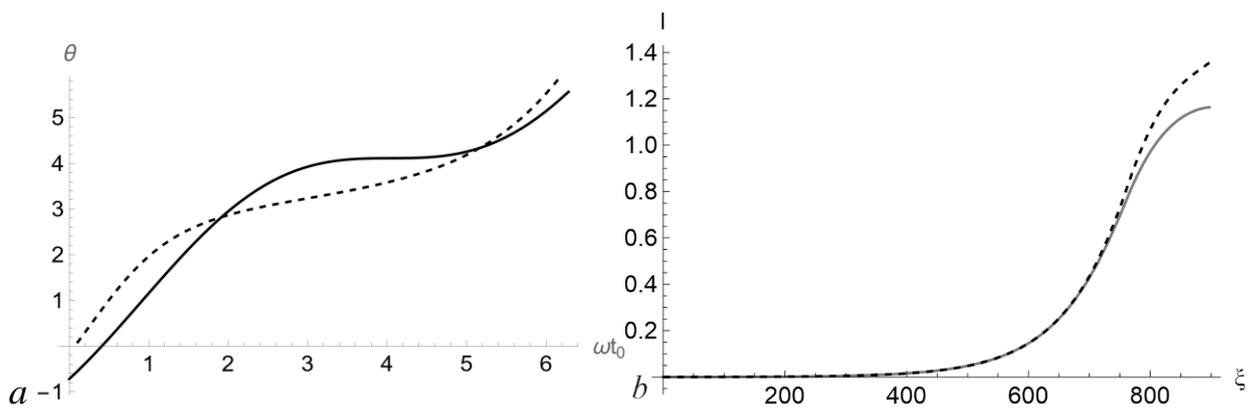


Рисунок 58 – (а) Зависимость возмущения угла пролета от начальной фазы в гибриде и (б) распределение 1-й гармоники тока на полной длины гибрида при

$F_0 = 8.9 \cdot 10^{-8}$ ,  $s = 1.4$ ,  $\Gamma = 5 \cdot 10^{-3}$ ,  $q = 5 \cdot 10^{-5}$ ,  $b = 0$ . Черная линия – по волновому методу, пунктирная – по методу крупных частиц

На рисунке 59 изображены результаты по обоим рассматриваемым методам и их разница. Видно, что при сравнительно больших входных сигналах в рассматриваемом диапазоне есть четкий оптимум, положение и значения  $\Gamma$  в котором довольно непротиворечиво описывают оба метода, т.е. упрощения, используемые в методе принудительной гармонизации даже при сравнительно большом сигнале, пока параметр группировки  $B < 1.84$  не приводят к значительным

расхождением результатов с соответствующими для нелинейной стационарной теории.

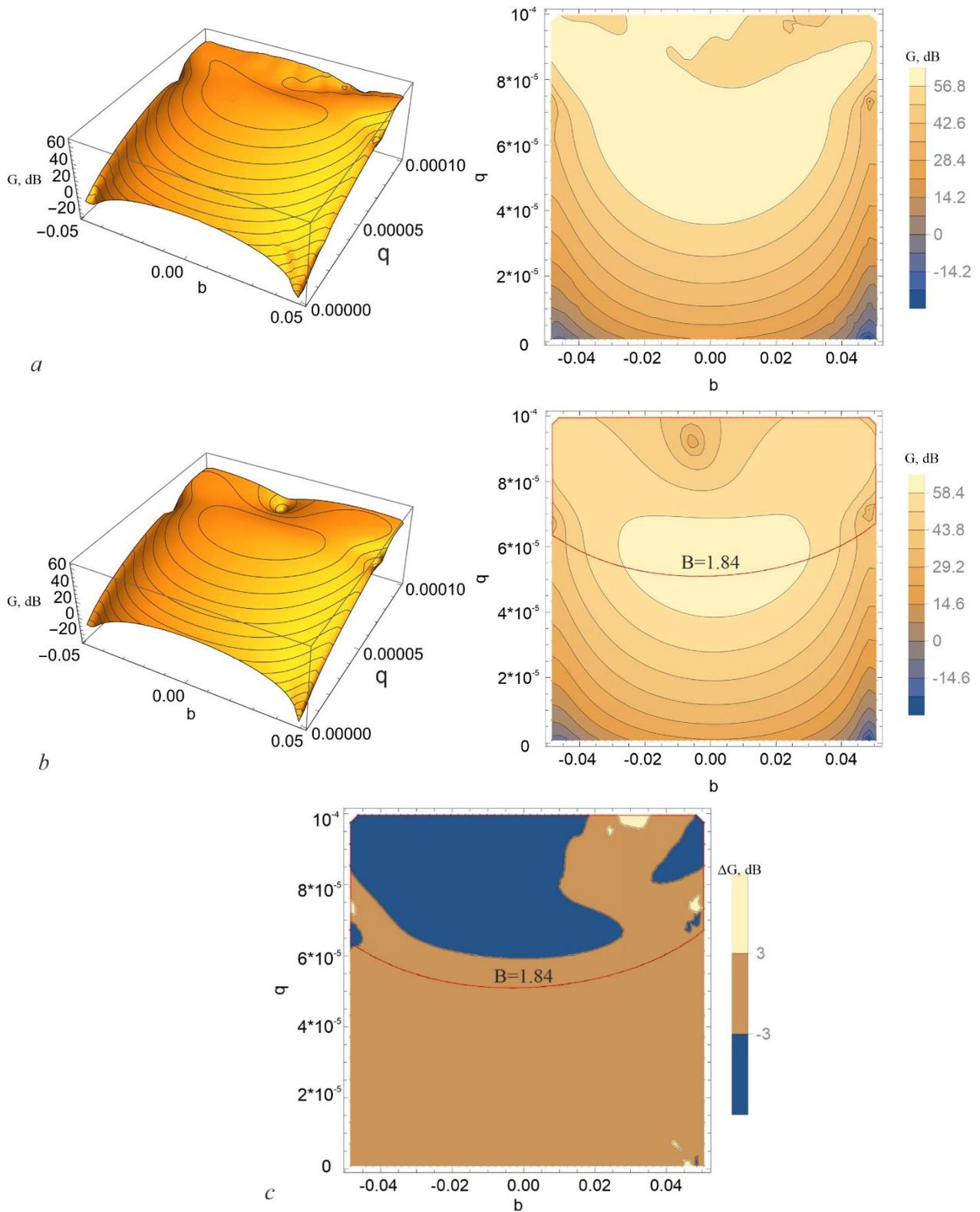


Рисунок 59 – Зависимости  $G$  гибрида от параметра рассинхронизма и ПЗ (*a*) по методу крупных частиц, (*b*) по волновому методу и (*c*) разница методов (волновой – крупные частицы) при  $F_0 = 8.9 \cdot 10^{-8}$ ,  $s = 1.4$ ,  $\Gamma = 5 \cdot 10^{-3}$

С увеличением ПЗ оба метода предсказывают область заметного ухудшения группировки, причем указывают разное её местоположение. В волновом методе она наступает в случае  $B > 1.84$ , т.е. за первым максимумом 1-й гармоники тока, следовательно там, где волновой метод вышел за пределы допущений.

Приведем оценки выходных параметров гибрида и ЛБВ в случае бесконечно широкого пучка и при конечном полном заполнении пролетного канала. Выходную мощность и электронный КПД вычислим с учетом введенной нормировки по формулам [94]

$$P_{\text{out}} = I_0 V_0 \frac{|F|^2}{2C^3} \text{ и } \eta = \frac{|F|^2}{2C^3}. \quad (3.55)$$

Как видно из таблицы 2, при выбранных (сравнительно грубых) методах учета конечности заполнения пучка в случае полного заполнения гибрида показывает сравнимые выходные характеристики (G, мощность и КПД) с классической ЛБВ, причем вблизи, а не в резонансе рабочей частоты с частотой метаматериала. Незначительное (против волнового метода) уменьшение коэффициента усиления по методу крупных частиц может также объясняться вкладом высших гармоник.

Таблица 2. Коэффициент усиления (в линейном режиме) для гибрида и ЛБВ. Обозначения соответствуют:  $\infty$  – бесконечно широкому пучку, 1 – полному заполнению пролетного канала при  $F_0 = 10^{-8}$ ,  $q = 5 * 10^{-5}$ ,  $\Gamma = 5 * 10^{-3}$ ,  $s = 1.4$ ,  $b = 0$ .

	G, дБ	
	$\infty$	1
Модификация волнового метода		
ЛБВ	48.5	53.6
Гибрид	66.5	48.8
Метод Крупных Частиц		
ЛБВ	48.5	48.7
Гибрид	66.5	66.4

В работе [118], параметры из которой были использованы для расчетов, в линейном режиме у ЛБВ на частоте 220ГГц коэффициент усиления 31.2дБ, а в нелинейном режиме при входном сигнале 25мВт выходная мощность 15 Вт причем максимально достижимая мощность 30Вт достигалась на частоте 217ГГц, а

максимально достижимое КПД 2.79%. В расчетах для таблицы 2 локальный поглотитель в ЛБВ не учитывался. Оценка данных из статьи [118] показывает, что полная длина лампы с учетом поглотителя увеличится до  $CN=1.58$ , а сам поглотитель в нормировке настоящего раздела имеет координаты  $h_1=0.328$ ,  $h_2=0.42$ . В таблице 3 приведены расчеты с параметрами, которые без учета омических потерь позволяют для ЛБВ получить схожую с описываемой в [118] выходную мощность. Локальный поглотитель учитывается как разрыв (т.е. аналогично гибриду в случае  $s=0$ ).

Таблица 3. Выходная мощность и электронный КПД для ЛБВ и гибрида, рассчитанные по методу крупных частиц, в случае полного заполнения пролетного канала при  $F_0 = 3.53 \cdot 10^{-5}$  (25мВт),  $b = 2.4 \cdot 10^{-2}$ ,  $q = 5.9 \cdot 10^{-5}$ ,  $\Gamma = 5 \cdot 10^{-3}$ . Серым выделены данные из [118].

	$P_{out}$ , Вт	$\eta$ , %
ЛБВ из [118]	15	1.4 <sup>22</sup>
ЛБВ	15	1.39
Гибрид <sup>23</sup> $s=1.35$	54.9	5.22
Гибрид с оптимальными параметрами <sup>24</sup>	65.89	6.13

В таблице 3 представленные данные для ЛБВ с локальным поглотителем из работы [118], а также данные из настоящей работы для ЛБВ с локальным поглотителем, параметры (рассинхронизма  $b$  и ПЗ  $q$ ) которой подобраны для соответствия данным работы [118] (остальные параметры такие же как в [118]). В третьей строке представлены данные для гибрида, в котором КДП-секция имеет ту же длину и положения, что и локальный поглотитель в вышеуказанных ЛБВ. Для него для получения наибольшей выходной мощности и КПД подбирались параметр  $s$  (найден оптимальное значение  $s=1.35$ ), описывающий частотные свойства среды в КДП-секции на основной гармонике, остальные параметры не менялись. В

<sup>22</sup> Данные для КПД на рассматриваемой частоте 220ГГц не приводятся, поэтому значение 1.4% является экстраполяцией.

<sup>23</sup> Подбирались оптимальные параметры среды при КДП-секции такой же длины и положения как у вакуумного дрейфа/разрыва.

<sup>24</sup> Использовались следующие оптимальные параметры (в том числе и для среды):  $b=0.02$ ,  $s=0.4$ ,  $h_1=0.274$ ,  $h_2=0.545$ . Общая длина, входной сигнал и ПЗ не менялись.

последней строке данные для гибрида, подвергнутого большей оптимизации, а именно по параметрам  $b$ ,  $s$ ,  $h_1$  и  $h_2$ , т.е. подбирались оптимальные длина и положение, а остальные параметры не менялись. Найдены следующие оптимальные параметры  $b=0.02$ ,  $s=0.4$ ,  $h_1=0.274$ ,  $h_2=0.545$ .

Из таблицы 3 можно заключить, что, во-первых, замена вакуумного дрейфа/разрыва на среду с КДП с сохранением длины и положения не приводит к значительному изменению выходных характеристик, но при правильно подобранной среде их можно улучшить. Во-вторых, изменяя положение и длину КДП-секции, можно добиться существенного увеличения выходной мощности и КПД. Кроме того, что предлагаемый гибрид можно использовать в более широкой области по синхронизму<sup>25</sup>, сравнимые с ЛБВ выходные характеристики в гибриде можно получить при значительно меньшем входном сигнале, что может быть полезно, т.к. на сотнях ГГц мощность генераторов (в первую очередь полупроводниковых) сравнительно мала.

По результатам настоящего раздела можно сделать следующие выводы.

1. При определенных параметрах нелинейная теория, полученная модифицированным волновым методом Овчарова-Солнцева, позволяет получить результаты сопоставимые как с результатами нелинейной стационарной теории, полученной методом крупных частиц, так и с результатами линейной теории как в случае классической ЛБВ, так и для исследуемого гибрида. Этот факт говорит о её достоверности, а также позволят оценить область доминирования первой гармоники тока в гибриде.

2. В нелинейной теории по модифицированному волновому методу Овчарова-Солнцева сделано допущение о характере группировки. Этим объясняются различия в результатах при некоторых параметрах с нелинейной стационарной теорией по методу крупных частиц. В остальных случаях наблюдается хорошее совпадение.

---

<sup>25</sup> Уместно вспомнить, что в натурном эксперименте [5] резистивный усилитель показал слабую зависимость от ускоряющего потенциала пучка.

3. За счет резистивной неустойчивости может заметно улучшаться группировка электронов. И как следствие, коэффициент усиления гибрида может превышать коэффициент усиления в классической ЛБВ (как с разрывом, так и без него).

4. В случае большого сигнала при рассматриваемых параметрах показано, что подбором свойств КДП-секции можно добиться существенного улучшения группировки не только по сравнению с группировкой в пространстве дрейфа, но и в ряде случаев это позволяет получить характеристики лучшие чем в ЛБВ без разрыва, и как следствие можно достигнуть сравнимых с ЛБВ значений мощности и КПД при меньшем входном сигнале.

### **3.3. Выводы**

В данной главе были рассмотрены гибриды резистивного усилителя с некоторыми классическими СВЧ-приборами. Показано, что предлагаемая гибридизация в рассматриваемых моделях предсказывает повышение выходных характеристик и указывает на возможность сокращения длины прибора по сравнению с использованными классическими СВЧ-устройствами.

## Глава 4. Планарные модели резистивного усилителя (теория и моделирование)

Ранее в данной работе исследовалась в основном одномерная модель пучка в каждой из секций, причем в секции с метаматериалом пучок хорошо перемешан со средой. Хотя эта модель пучка проста и удобна в теоретическом описании, но её физическая реализация, которая представляется как множество узких пролетных каналов в среде, не удобна на практике, особенно при продвижении в субмиллиметровый диапазон. Вследствие этого возникает вопрос о дальнейшем развитии теории и определении места развитой ранее теории.

Целью данной главы является рассмотрение планарных моделей резистивного усилителя неоднородных в поперечном сечении.

### 4.1. Вывод дисперсионных уравнений

Выведем дисперсионное уравнение, по методике изложенной в работе [4]. Предположим, что ограниченный сильным продольным магнитным полем предварительно промодулированный<sup>26</sup> (например, по плотности) пучок толщиной  $2b$  летит вдоль  $Oz$  посередине между двух проводящих поверхностей на расстоянии  $s$  от каждой (см. рисунок 60а). Тогда из волнового уравнения пучка, уравнения непрерывности и уравнения движения в случае слабого сигнала для ТМ-моды нетрудно получить для продольной компоненты напряженности электрического поля

$$\nabla_{\perp}^2 E_z + T^2 E_z = 0, \quad (4.1)$$

где  $T^2 = \psi^2 \left[ \frac{\beta_p^2}{(\beta - \beta_e)^2} - 1 \right]$ ,  $\psi^2 = \beta^2 - k_0^2$ ,  $k_0^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 = \omega^2 / c^2$ ,  $\epsilon_0$  и  $\mu_0$  –

диэлектрическая проницаемость (ДП) и магнитная проницаемость вакуума,  $\omega$  –

---

<sup>26</sup> Аналогично статье [4] в настоящей главе ограничимся исследованием режимов конвективной неустойчивости при усилении ВЧ модуляции пучка. Также не рассматриваются вопросы распространения электромагнитных волн в замедляющих системах, так как величина эффективной проводимости при введении ее для ЗС существенно зависит от параметра рассинхронизма.

круговая рабочая частота,  $\beta_e = \frac{\omega}{v_0}$ ,  $\beta_p = \frac{\omega_p}{v_0}$ ,  $v_0$  – средняя скорость пучка,  $\omega_p$  – плазменная частота пучка.

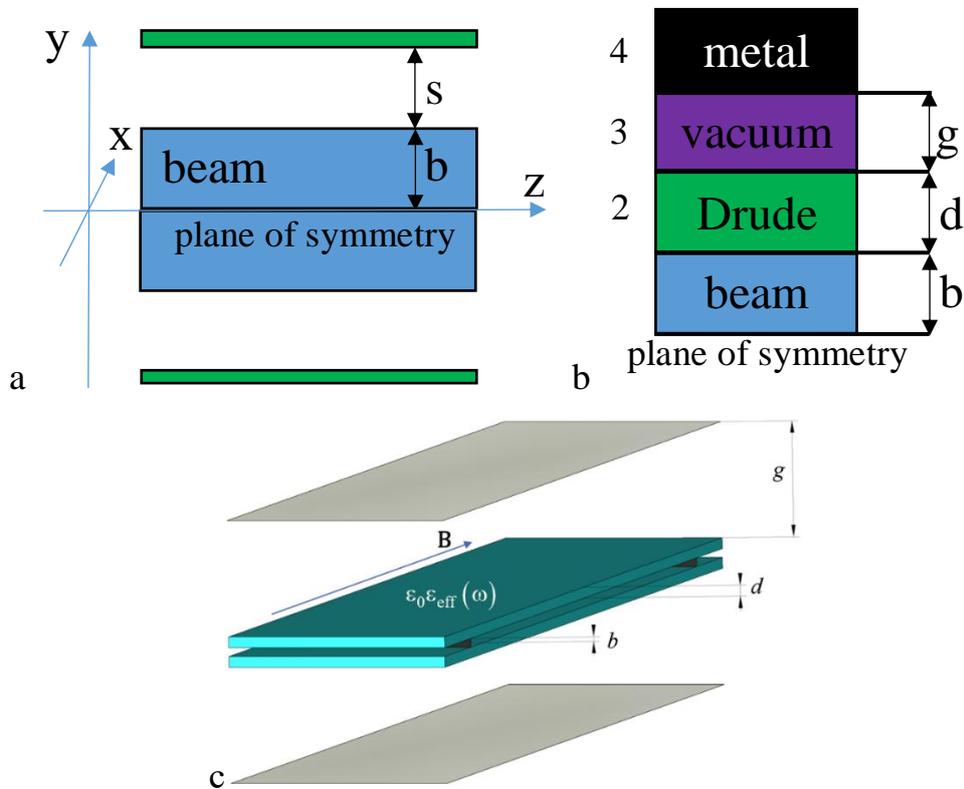


Рисунок 60 – Рассматриваемая модель: а – иллюстративная модель; б – первая теоретическая модель; в – рассматриваемая в численном моделировании трехмерная электродинамическая система, соответствующая теоретической

Полагая пучок бесконечно широким вдоль  $Ox$ , очевидно, что в случае ТМ-моды из уравнения (4.1) легко получить

$$E_z = A \cos(Ty) e^{j(\omega t - \beta z)} \text{ и } H_x = -A \frac{j\omega \epsilon_0}{\beta^2 - k_0^2} T \sin(Ty) e^{j(\omega t - \beta z)}. \quad (4.2)$$

Тангенциальные компоненты полей  $E_z$  и  $H_x$  должны быть непрерывны при переходе через границу раздела сред (в том числе и пучка), следовательно проводимость

$$Y_b = -\frac{H_x}{E_z} \quad (4.3)$$

также должна быть непрерывна.

Проводимость пучка определяется из уравнений (4.2) и (4.3), в которых она приравнивается при  $y=b$  к проводимости стенки  $Y_w$ , и дает дисперсионное уравнение для  $T$ . Так как в большинстве случаев поток не заполняет весь пролетный канал, то поэтому проводимость  $Y_b$  наблюдаемая в пучке, равна проводимости стенки  $Y_w$ , преобразованной через пространство между стенкой и потоком как в линии передачи в режиме отсечки. В простейшей планарной модели

$$Y_b = \frac{j\omega\varepsilon_0}{\psi} \frac{Y_w + \frac{j\omega\varepsilon_0}{\psi} \operatorname{th} \psi s}{\frac{j\omega\varepsilon_0}{\psi} + Y_w \operatorname{th} \psi s}. \quad (4.4)$$

Таким образом дисперсионное уравнение такой модели примет вид

$$Tb \operatorname{tg}(Tb) = \frac{(\psi b)^2 Y_b}{j\omega\varepsilon_0 b}. \quad (4.5)$$

В случае наличия нескольких сред (см. рисунок 60b), также симметрично расположенных относительно пучка, используя уравнение (4.4) для сшивания проводимостей через промежуточную среду, получим

$$Y_b = Y_2 \frac{Y_a + Y_2 \operatorname{th} \tau d}{Y_2 + Y_a \operatorname{th} \tau d}, \quad (4.6)$$

$$\text{где } Y_a = Y_3 \frac{Y_4 + Y_3 \operatorname{th} \varphi g}{Y_3 + Y_4 \operatorname{th} \varphi g}, \quad Y_2 = \frac{\sigma_2 + j\omega\varepsilon_2}{\tau}, \quad \tau = \sqrt{\beta^2 + j\omega\mu_2(\sigma_2 + j\omega\varepsilon_2)},$$

$$Y_3 = \frac{\sigma_3 + j\omega\varepsilon_3}{\varphi}, \quad \varphi = \sqrt{\beta^2 + j\omega\mu_3(\sigma_3 + j\omega\varepsilon_3)}, \quad Y_4 = \frac{\sigma_4 + j\omega\varepsilon_4}{\chi},$$

$$\chi = \sqrt{\beta^2 + j\omega\mu_4(\sigma_4 + j\omega\varepsilon_4)}.$$

Предполагая, что вторая среда с толщиной  $d$  обладает частотной зависимостью относительной ДП по модели Друде

$$\varepsilon_{\text{eff}}(\omega) = 1 - \frac{\omega_{\text{PM}}^2}{\omega^2 + j\gamma\omega}, \quad (4.7)$$

где  $\gamma$  – параметр затухания/потерь в среде<sup>27</sup>,  $\omega_{pM}$  – плазменная частоты среды<sup>28</sup>; третья среда толщиной  $g$  – вакуумный зазор, а четвертая – идеальный металл, толщина которого не учитывается, тогда  $\mu_2 = \mu_0$ ,  $\sigma_2 = 0$ ,  $\varepsilon_2 = \varepsilon_0 \varepsilon_{\text{eff}}$ ,  $\mu_3 = \mu_0$ ,  $\sigma_3 = 0$ ,  $\varepsilon_3 = \varepsilon_0$ .

Заметим, что используемый в настоящей работе подход справедлив в случае произвольной частотной зависимости ДП от частоты. Модель Друде была выбрана потому что она сравнительно проста и используется в работах по исследуемой тематике (см. например, работу [121], в которой представлен метаматериал с ДП с частотной зависимостью по модели Друде – диоксид ванадия, который дает  $\text{Re } \varepsilon < 0$  в ТГц диапазоне частот). Также модель Друде входит в набор стандартных моделей, реализованных в CST Studio Suite разработчиками. Отметим также, что не каждый метаматериал может быть описан моделью Друде и существуют метаматериалы со сложной зависимостью ДП от частоты, не сводимой к модели Друде (см. например, работу [122]).

Для удобства вводя безразмерные величины  $\Omega(\omega) = \beta_e / \beta_p$ ,  $\eta = v_0 / c$ ,  $b' = \beta_p b$ ,  $d' = \beta_p d$ ,  $g' = \beta_p g$ ,  $T' = \frac{T}{\beta_p}$ ,  $\tau'(\Omega) = \frac{\tau}{\beta_p} = \sqrt{\left(\frac{\beta}{\beta_p}\right)^2 - \Omega^2 \eta^2 \varepsilon_{\text{eff}}}$  и предполагая, что  $\beta$  близка к  $\beta_e$ , подставляя уравнение (4.6) в (4.5), получим (опуская штрихи и  $(\omega)$ ) дисперсионное уравнение

$$T \operatorname{tg}(Tb) = \Omega^2 \frac{\varepsilon_{\text{eff}}}{\tau} \frac{\operatorname{cth} \Omega g + \Omega \frac{\varepsilon_{\text{eff}}}{\tau} \operatorname{th} \tau d}{\Omega \frac{\varepsilon_{\text{eff}}}{\tau} + \operatorname{cth} \Omega g \operatorname{th} \tau d}, \quad (4.8)$$

которое решается относительно  $T$ , откуда несложно получить искомую постоянную распространения

<sup>27</sup> Заметим, что величина, характеризующая затухание в среде, вводится в модели Друде как частота столкновений, т.е. имеет размерность "Гц".

<sup>28</sup> Напомним, что эти параметры определяются составом и способом изготовления среды и могут варьироваться в достаточно широком диапазоне.

$$\frac{\beta}{\beta_p} = \Omega \pm \left[ 1 + \frac{T^2}{\Omega^2} \right]^{-0.5} \quad (4.9)$$

или найти коэффициент усиления по формуле

$$G(z) = 8.686\beta_p z \operatorname{Im} \left[ 1 + \frac{T^2}{\Omega^2} \right]^{-0.5}. \quad (4.10)$$

Заметим, что если третья среда отсутствует ( $g = 0$ ), а вместо четвертой – магнитная стенка, что соответствует

$$Y_4 = 0 \Rightarrow Y_a|_{g=0} = 0 \Rightarrow Y_b = Y_2 \operatorname{th} \tau d = \frac{j\omega\epsilon_0\epsilon_{\text{eff}}}{\tau} \operatorname{th} \tau d \quad (4.11)$$

и дисперсионное уравнение (4.8) примет вид

$$T \operatorname{tg}(Tb) = \Omega^2 \frac{\epsilon_{\text{eff}}}{\tau} \operatorname{th} \tau d, \quad (4.12)$$

которое у в случае  $d \rightarrow \infty$  упростится до

$$T \operatorname{tg}(Tb) = \Omega^2 \frac{\epsilon_{\text{eff}}}{\tau}. \quad (4.13)$$

В классической работе [5] была представлена одномерная модель резистивного усилителя, в которой пучок хорошо перемешан со средой. В качестве физической реализации такой модели предполагается среда с множеством узких пролетных каналов. В той же работе была также рассмотрена многослойная модель (которая является частным случаем модели с рисунка 60b), где пучок летит между изолированными слоями диэлектрика с постоянной относительной ДП  $\epsilon_2$ , причем толщина слоев мала по сравнению с длиной волны, т.е.  $s, g \ll \lambda$  и  $d \ll g$ .

Корни дисперсионного уравнения (которое выводится из уравнения (4.5) с учетом (4.6)) для такой модели имеют вид

$$\beta = \beta_e \pm \beta_p \left[ 1 + \frac{g\epsilon_2}{s} \right]^{-1/2} \left[ 1 - j \frac{2\sigma d}{\omega\epsilon_0(s + g\epsilon_2)} \right]^{-1/2}. \quad (4.14)$$

Если рассматривать одномерную модель, в которой пучок хорошо перемешан со средой с  $\epsilon_{\text{eff}}$ , то для этого случая первое слагаемое в (4.1) очевидно тождественный ноль. Следовательно, для выполнения равенства необходимо

условие  $T=0$ . Поскольку  $\psi$  показывает отличие постоянной распространения волны в пучке от постоянной распространения света в вакууме дисперсионное уравнение получается из второго множителя  $T$ , т.е.

$$\frac{\beta_p^2}{\varepsilon_{\text{eff}}(\beta - \beta_e)^2} - 1 = 0, \quad (4.15)$$

из которого следует

$$\beta = \beta_e \pm \frac{\beta_p}{\sqrt{\varepsilon_{\text{eff}}}}. \quad (4.16)$$

Если расписать  $\varepsilon_{\text{eff}}$  для среды с проводимостью  $\sigma$  и постоянной относительной ДП  $\varepsilon_2$ , то получим

$$\beta = \beta_e \pm \frac{\beta_p}{\sqrt{\varepsilon_2}} \left( 1 - j \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_2} \right)^{-1/2}, \quad (4.17)$$

причем уравнение (4.14) формально можно получить из (4.17), заменив в последнем  $\varepsilon_2 \rightarrow 1 + \frac{g\varepsilon_2}{s}$  и  $\sigma \rightarrow \frac{2\sigma d}{s}$ .

Заметим, что корни уравнений (4.14) и (4.17) по структуре также соответствуют корням (4.9), т.е. отличие между корнями дисперсионных уравнений, соответствующим одномерной и планарной моделям, сводится к разным множителям при  $\beta_p$ , причем вид функций множителя от частоты входного сигнала качественно (во всяком случае в рассмотренном примере) не меняется, и следовательно качественные выводы обеих моделей будут одинаковы.

Авторы [5] сделали оценку наибольшего инкремента неустойчивости  $\left( q = \text{Im} \frac{\beta}{\beta_p} \right)$  на частоте 3ГГц. Для очень тонкого изолированного листа  $(g/s)\varepsilon_2 \ll 1$   $q_{\text{max}} = 0.351$  и для довольно толстого изолированного листа  $(g/s)\varepsilon_2 = 1$   $q_{\text{max}} = 0.248$ . Очевидно, что в таком случае характер частотной зависимости происходящих процессов не будет существенно изменяться с изменением толщины диэлектрического слоя.

Авторы [5] также отмечают, что многослойная модель применима даже в случаях, когда  $s$  и  $g$  не малы по сравнению с  $\lambda$  и число слоев является конечным, а не бесконечным.

Таким образом, вышеуказанные соображения и оценки позволяют при моделировании многослойной модели качественно сравнивать полученные результаты с одномерной моделью без существенного нарушения общности, хотя и усиление в многослойной модели меньше, чем в одномерной ( $q_{\max} \approx 0.354$ ) модели.

Заметим, что в этой теории предполагается, что бегущие волны вдоль пучка не распространяются, с пучком взаимодействуют только поля, возбуждаемые в результате резистивной неустойчивости. Т.е. можно сказать, что возмущения в среде наблюдаются только из-за воздействия пучка.

Таким образом, дисперсионные уравнения (4.8)-(4.13), впервые полученные в настоящем разделе, являются обобщением модели из статьи [4] на случай частотно зависимой ДП. Заметим, что нечто подобное предпринималось в работе [8], в которой проводилось и моделирование, и аналитический расчет. Однако там исследовалась другая геометрия структуры (пучок, вакуумный зазор, среда Друде, металл), причем среда Друде была анизотропной, т.е. зависимостью Друде обладала только вертикальная компонента ДП. В качестве модулирующего устройства использовался резонатор.

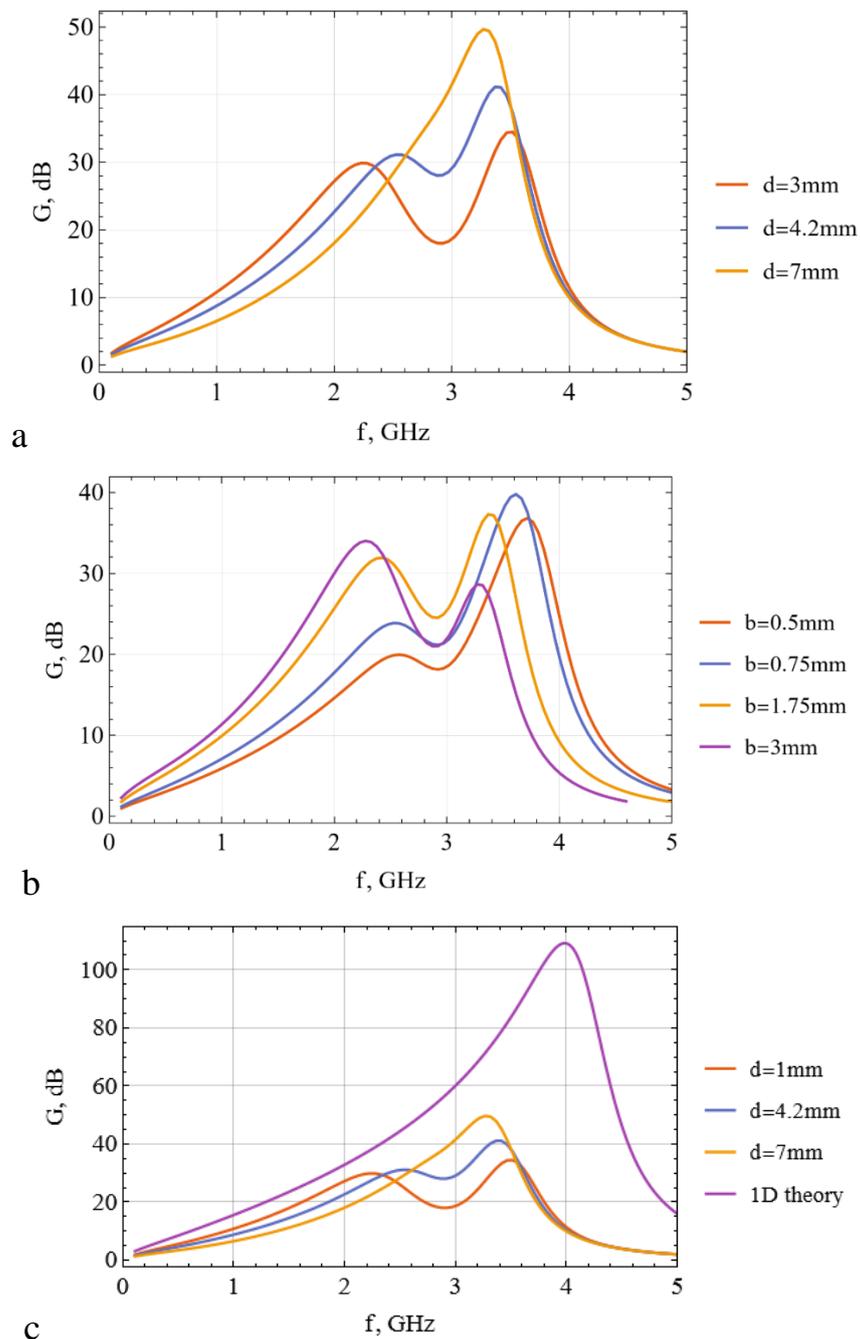
## 4.2. Результаты линейной теории

Параметры среды выбраны близкими к параметрам, использованным в работе [8]<sup>29</sup>. Для расчетов использовались следующие параметры: потенциал пучка 10кВ, плазменная частота среды 4.19ГГц, параметр затухания 4.5ГГц, ширина вакуумного зазора ( $g$ ) 40мм, продольная (вдоль Oz) длина<sup>30</sup> 390мм, плотность тока 0.3А/см<sup>2</sup>.

<sup>29</sup> Плазменная частота среды 2.05ГГц, предполагают значение частоты столкновений 1ГГц как соответствующее конечным потерям.

<sup>30</sup> В численном моделировании – расстояние между катодом и коллектором.

Будем рассматривать корни трансцендентного уравнения (4.8), соответствующее наибольшему инкременту. Из рисунков б1а и б видно, что настройкой отношения величины пролетного канала и толщины среды можно добиться как узкополосной, так и широкополосной зависимости коэффициента усиления от частоты. Заметим, что без затухания в среде в окрестности минимума коэффициента усиления, компоненты  $Y_b$  терпят разрыв, а когда пролетный канал узок по сравнению с толщиной среды, то частотная зависимость коэффициента усиления качественно начинает приближаться к таковой по одномерной теории (см. рисунок б1с).



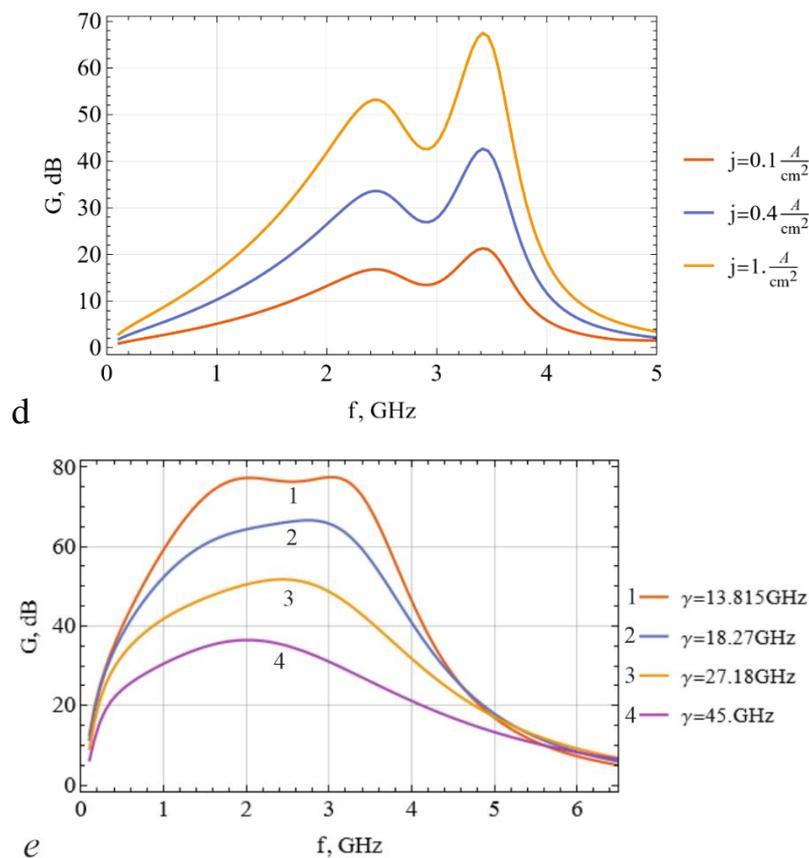


Рисунок 61 – Зависимости коэффициента усиления от рабочей частоты. а, с – при  $b=1.5$  mm,  $j=0.3$  A/cm<sup>2</sup>; б – при  $j=0.3$  A/cm<sup>2</sup>,  $d=3.75$  mm; д – при  $d=3.75$  mm,  $b=1.5$  mm; е – при потенциале пучка 5 кВ,  $j=3$  A/cm<sup>2</sup>,  $d=1.875$  mm

Из рисунка 61д видно, что с увеличением плотности тока, также, как и в одномерной теории, улучшается группировка и как следствие коэффициент усиления резистивного усилителя растет.

Из рисунка 61е видно, что подбором параметров модели можно добиться слабого изменения коэффициента усиления почти на целой октаве. В данном случае это достигается не только подбором геометрических размеров, но и увеличением втрое параметра затухания в среде, что можно воспринимать как уменьшение добротности, что в свою очередь приходится компенсировать увеличением на порядок плотности тока пучка.

Заметим, что выбранные в настоящей работе параметры вполне согласуются с современными техническими возможностями. Например, в работе [123], в которой указывались параметры экспериментального планарного оротрона, работающего в импульсном режиме, потенциал пучка менялся от 0.5 до 4.5 кВ, а

плотность тока  $44.4 \text{ A/cm}^2$ , а в работе [124], в которой указывались параметры экспериментальной планарной ЛОВ, работающей в режиме непрерывной генерации, потенциал пучка менялся от 0.5 до 5 кВ, а плотность тока от  $4.57$  до  $57.1 \text{ A/cm}^2$ . В частности, как показано в работах [123] и [124], что на практике достижимы значительно большие плотности тока, чем использованные на рисунке 61е, что с увеличением параметра потерь  $\gamma$  может позволить получить более широкую частотную полосу.

### 4.3. Численное моделирование

При указанных выше параметрах, а именно: потенциале пучка 10кВ, плазменной частоты среды 4.19ГГц, параметре затухания 4.5ГГц, ширине вакуумного зазора ( $g$ ) 40мм, полутолщине пролетного канала ( $b$ ) 1.5мм, толщине среды ( $d$ ) 3.75мм, продольной (вдоль Oz) длине 390мм, плотности тока  $0.3 \text{ A/cm}^2$ , был проведен численный эксперимент. В соответствии с теоретической моделью, для моделирования однородных по оси  $x$  полей в планарной структуре использовалась модель (см. рисунок 62а) конечной ширины по оси  $x$  с граничными условиями типа «магнитная стенка»<sup>31</sup> ( $H_t=0$ ). Изменение ширины модельной системы по оси  $x$  не влияет на исследуемые режимы. Т.е. структура на рисунке 62а с точки зрения моделирования эквивалентна моделям на рисунках 60b и с.

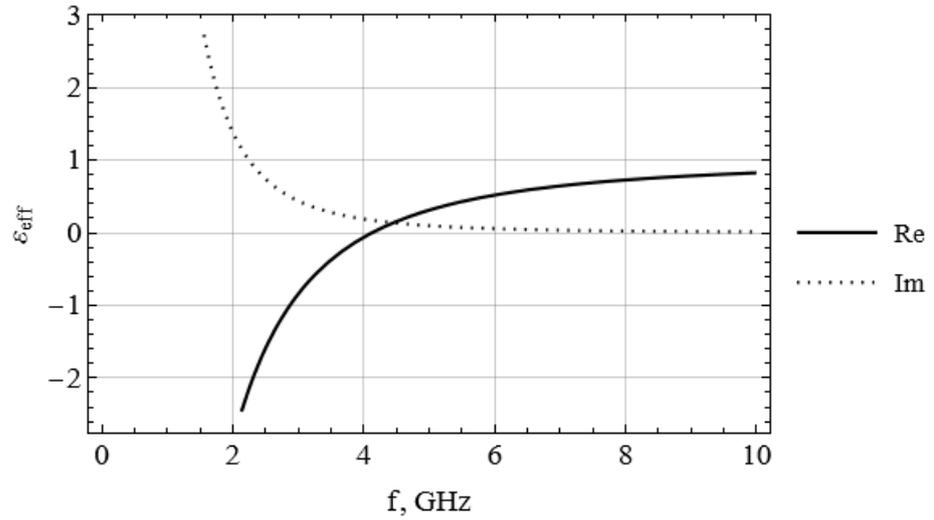
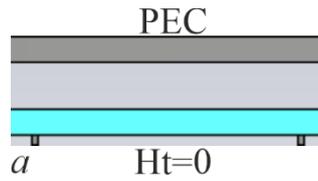
Самосогласованное численное моделирование проводилось в CST Particle Studio во временной области по методу FIT [125]. Для описания среды с частотной зависимостью ДП использовалась реализованная в пакете модель среды Друде (см. рисунок 62b).

Для упрощения модели и ускорения вычислений, вместо устройства, обеспечивающего модуляцию пучка по скорости, проводилась модуляция пучка по плотности (см. рисунки 62с и d). Ток эмиссии состоял из двух компонент: постоянной и переменной, причем последняя была в виде последовательности гауссовых импульсов, параметры которых подобраны для аппроксимации

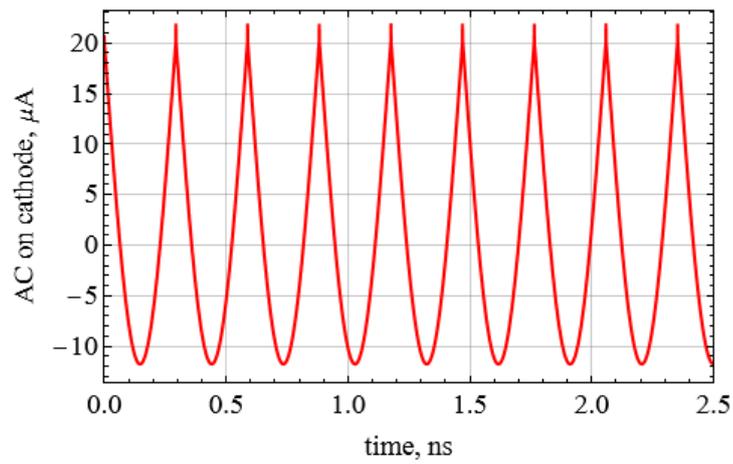
---

<sup>31</sup> Металл представлялся в виде идеального проводника (PEC).

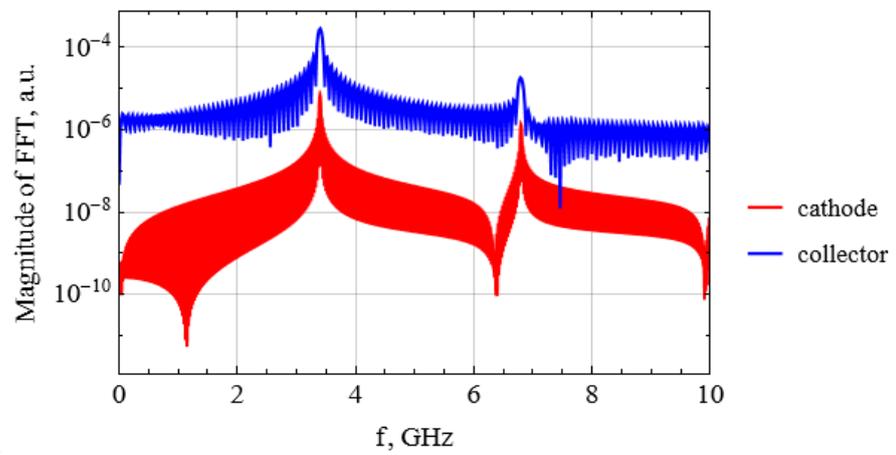
гармонического сигнала (см. рисунок 62c). Переменный ток много меньше постоянного (амплитуда переменного меньше постоянного тока в  $10^3$  раз).



b



c



d

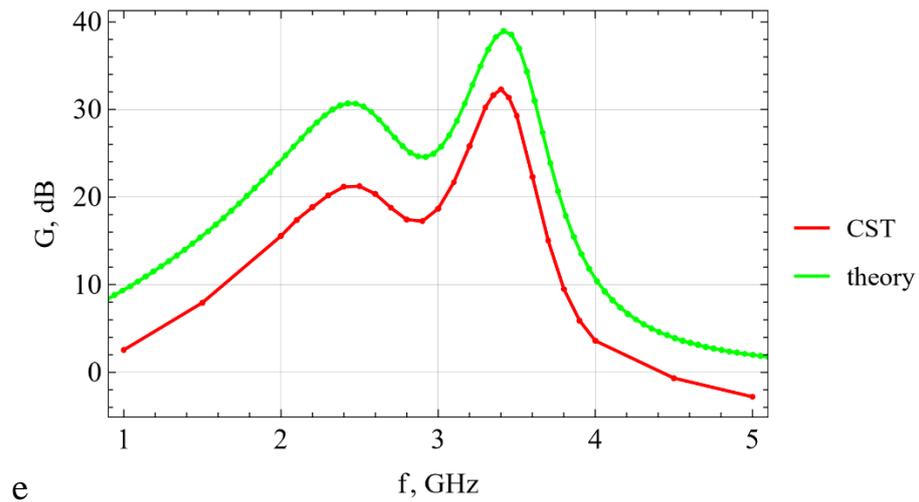


Рисунок 62 – а Первая модельная система численного моделирования; б зависимость компонент ДП от частоты; с пример типичной временной реализации переменного тока эмиссии; д типичные спектры FFT тока на катоде и коллекторе; е зависимость коэффициента усиления от частоты модуляции по теории и численному эксперименту

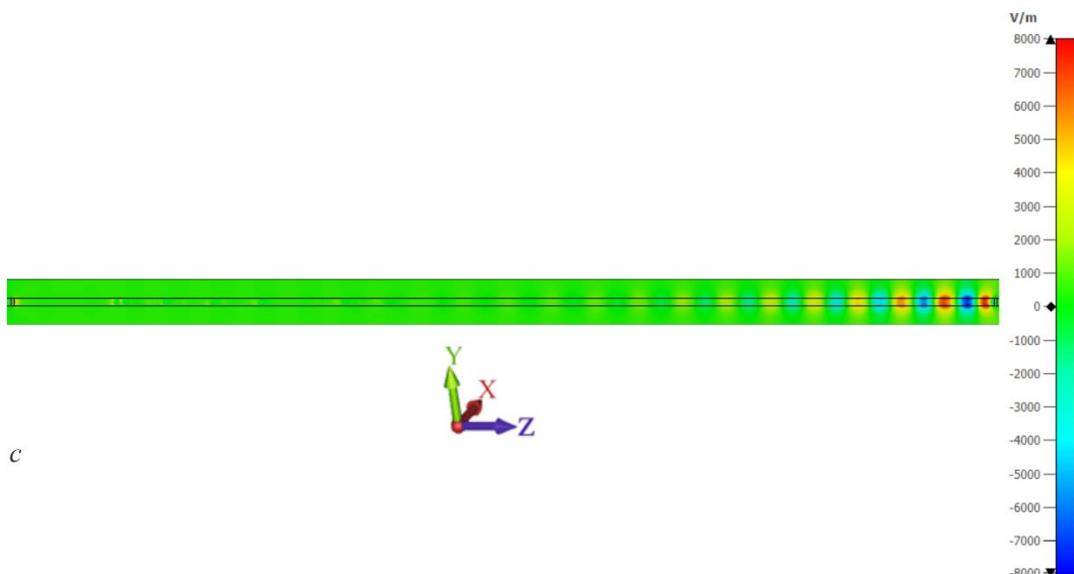
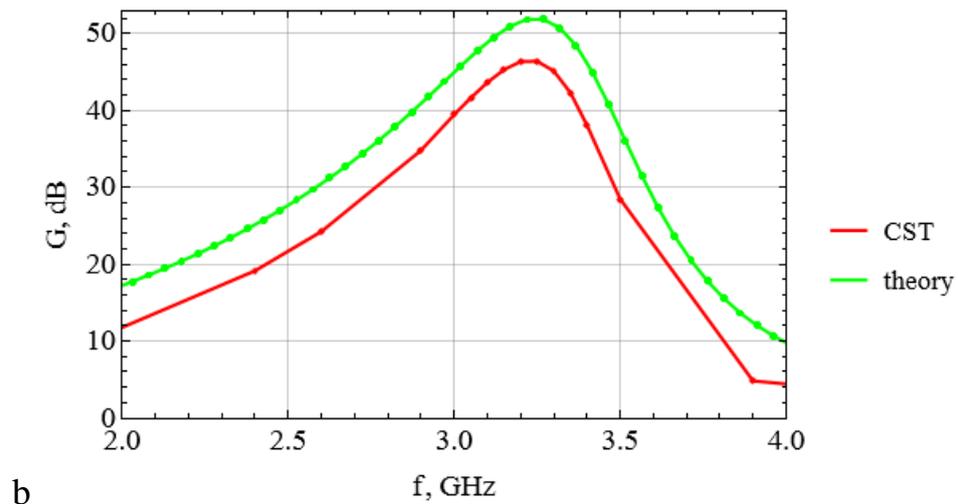
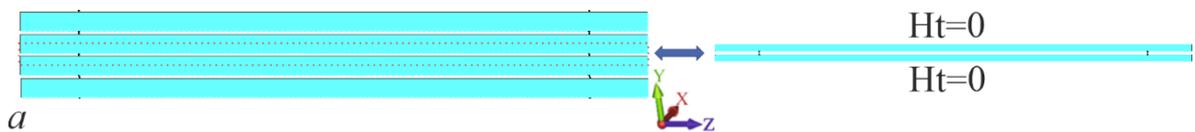
На рисунке 62е представлена зависимость коэффициента усиления от частоты модуляции. Коэффициент усиления в численном эксперименте оценивался как  $20 \lg \left| \frac{i_{\max \text{ of collector}}}{i_{\max \text{ of cathode}}} \right|$  в линейном режиме работы. Видно, что результаты теории и численного эксперимента качественно совпадают. Тем не менее заметно меньшее усиление, полученное при численном моделировании, можно объяснить дискретностью представления тока в пучке и особенностями реализации начальной модуляции пучка (модуляция по плотности, наличие «гармоник» основной частоты в усиливаемом сигнале).

Тем не менее была рассмотрена и другая модель (см. правую часть рисунка 63а). Эта модель эквивалента наличию множества пролетных каналов в среде. Пучки (с такой же как в предыдущей модели геометрией) разделены слоями среды с дисперсией Друде толщиной 15мм. В моделировании рассматривается период структуры, «вырезанный» посередине блоков среды. Вследствие периодичности системы и взаимной нейтрализации вихревых токов от соседних пучков на

вертикальных границах используются граничные условия – «магнитные стенки». Граничные условия по  $Ox$  такие же как ранее.

На рисунке 63b представлена зависимость коэффициента усиления от частоты модуляции для этой модели. Как и ожидалось по результатам линейной теории, увеличение толщины среды привело к наличию только одного максимума.

На рисунках 63c-e представлены распределения полей в линейном режиме. Заметим любопытную особенность в поведении компоненты  $E_y$  поперечного электрического поля (см. рисунок 63d): она в среде почти в противофазе по отношению к ПЗ в пучке, что характерно для резистивной неустойчивости при активно-индуктивной проводимости среды [12].



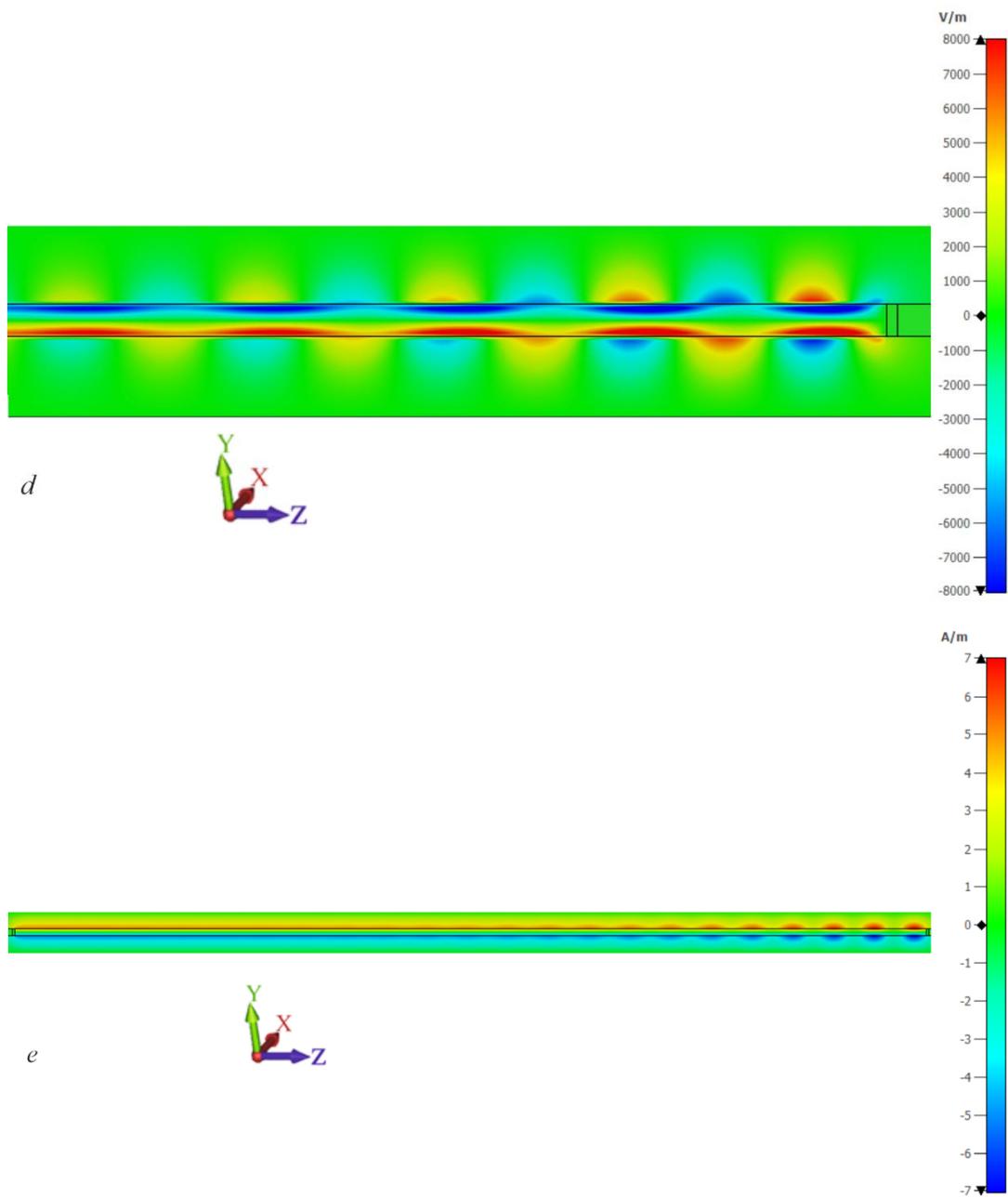


Рисунок 63 – а Вторая модельная система численного моделирования; б зависимость коэффициента усиления от частоты модуляции по теории и моделированию; в распределение напряженности продольного электрического поля в фиксированный момент времени (12нс); г распределение напряженности поперечного электрического поля в фиксированный момент времени (12нс) вблизи коллектора; д распределение напряженности поперечного магнитного поля в фиксированный момент времени (12нс)

Отметим, что в одномерной теории предполагаются однородные в поперечном сечении и строго продольные поля, в то время как в моделировании

можно говорить о том, что они поверхностные и имеют ненулевые поперечные компоненты электрического поля. Тем не менее качественное описание особенностей поведения инкремента нарастания возмущений тока: плавный рост с увеличением частоты и достижение максимального значения до частоты на которой  $\text{Re}\varepsilon_{\text{eff}} = 0$  (см. рисунки 61e и 62b), а затем спад с ростом частоты – сохраняется как в одномерной теории, так и в планарной, причем результаты последней близки с результатами моделирования (см. рисунки 62e и 63b).

Таким образом можно (опираясь также на [5]) сформулировать следующую иерархию моделей для резистивного усилителя. Одномерная модель позволяет оценить влияние параметров среды на группировку пучка и определить частотный диапазон усиливаемого сигнала. Планарная модель дополнительно позволяет сделать предварительный выбор геометрии (для заданного типа топологии), а также оценить влияние размеров элементов и их взаимного отношения. Численное моделирование позволяет раскрыть детали физики взаимодействия (пространственную картину распределения полей, группировки пучка).

#### **4.4. Выводы**

По результатам данной главы можно сделать следующие выводы:

1. В планарной модели резистивного усилителя можно получить увеличение переменного тока за счет использования метаматериала.
2. Развита приближенные методы оценки коэффициента усиления в планарной модели резистивного усилителя с метаматериалом.
3. Проведено сравнение теории с результатами моделирования. Показано хорошее соответствие результатов.
4. Показано, что подбором параметров модельной системы, таких как свойства среды, топология и геометрических размеров системы можно реализовать как режимы с большим усилением возмущений плотности тока в пучке, так и режимы достаточно широкополосного усиления.
5. Сформулирована иерархия моделей резистивного усилителя с метаматериалом.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. На основе представленного в главе 1 материала была разработана линейная и нелинейная теория резистивного усилителя на и волнового метода Овчарова-Солнцева. Во всех рассмотренных моделях учитывался пространственный заряд, поскольку именно медленная волна пространственного заряда – волна с отрицательной энергией – является нарастающей при резистивной неустойчивости.

2. В рамках модифицированного волнового метода Овчарова-Солнцева показано [126-136], что использование сред с ненулевой проводимостью позволяет заметно сократить длину прибора и/или улучшить группировку пучка, и, следовательно, коэффициент усиления.

3. Установлено, что использование среды с комплексной диэлектрической проницаемостью при создании гибридов резистивного усилителя с известными приборами позволяет увеличить выходные характеристики. В случае гибрида с фото-ЛБВ показана возможность существенного увеличения эквивалентного сопротивления по сравнению с классической фото-ЛБВ с той же полной длиной [137]. В случае гибрида клистрона с распределенным взаимодействием и резистивного усилителя (среда между распределенными резонаторами) можно получить большее усиление сигнала при меньшей длине прибора в сравнении с обычным клистроном с распределенным взаимодействием [138].

4. Выявлено, что в планарных моделях резистивного усилителя можно не только получить достаточно высокие коэффициенты усиления, но и благодаря хорошему качественному совпадению с простыми теориями резистивного усилителя, последние применимы для первичных оценок при проектировании реальных приборов [139].

**СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ**

- 1 Григорьев А. Д. Проблемы разработки источников мощного когерентного излучения терагерцового диапазона // *Электроника и микроэлектроника СВЧ* – 2015 – Т. 1 – № 1 – С. 141-145.
- 2 Guha R., Wang X., Tang X. и др. Metamaterial assisted microwave tubes: a review // *Journal of Electromagnetic Waves and Applications* – 2021 – 36(11) – P. 1-23.
- 3 Вендик И.Б., Вендик О. Г. Метаматериалы и их применение в технике сверхвысоких частот (Обзор) // *Журнал технической физики* – 2013 – Т. 83 – № 1 – С. 3-28.
- 4 Birdsall C. K., Whinnery J. R. Waves in an electron stream with general admittance walls // *Journal of Applied Physics* – 1953 – Vol. 24 – No. 3 – P. 314-323.
- 5 Birdsall C. K., Brewer O. R., Haeff A. V. The resistive-wall amplifier // *Proceedings of the IRE* – 1953 – Vol. 41 – No. 7 – P. 865-875.
- 6 He Y., Kong X., He J., Ling J., Pi M. A novel all-metal metamaterial for constructing relativistic slow wave structure // *AIP Advances* – 2022 – 12 (3) – 035345.
- 7 Rowe T., Behdad N., Booske J. Metamaterial-Enhanced Resistive Wall Amplifiers: Theory and Particle-in-Cell Simulation // *IEEE Transactions on Plasma Science* – 2015 – 43 – №7 – P. 2123-2131.
- 8 Rowe T., Behdad N., Booske J. Metamaterial-Enhanced Resistive Wall Amplifier Design Using Periodically Spaced Inductive Meandered Lines // *IEEE Transactions on Plasma Science* – 2016 – 44 – №10 – P. 2476-2484.
- 9 Rowe T., Fobes P., Booske J.H., Behdad N. Inductive Meandered Metal Line Metamaterial for Rectangular Waveguide Linings // *IEEE Transactions on Plasma Science* – 2017 – Vol. 45 – № 4 – P. 654-664.
- 10 Лопухин В.М., Веденов А.А. Усилитель на поглощении // *Успехи физических наук* – 1954 – Т. LIII – № 1 – С. 69-86.
- 11 Uhm H. S. Self-consistent nonlinear theory of the resistive-wall klystron // *Proceedings of SPIE* – 1994 – Vol. 2154 – P. 39-48.

- 
- 12 Касаткин Л.В. Об усилении волн пространственного заряда при прохождении пучков электронов в средах с индуктивной проводимостью // Радиотехника и Электроника – 1961 – Т. 6 – №2 – С. 267-274.
- 13 Веселаго В. Г. Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями  $\epsilon$  и  $\mu$  // Успехи физических наук – 1967 – Т. 92 – № 3 – С. 517-526.
- 14 Рабинович М. И., Трубецков Д. И. Введение в теорию колебаний и волн. — НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика» – 2000 – 560 с.
- 15 Suk H., Wang J.G., Reiser M.. Resistive-wall instability experiment in space-charge dominated electron beams // Proceedings of Particle Accelerator Conference – 1995 – P. 2974-2976.
- 16 Suk H., Wang J.G., Reiser M., Zou Y.. Experiments on space-charge waves in electron beams propagating through a resistive-wall channel // Journal of Applied Physics – 1999 – 86 – № 3 – P. 1699-1709.
- 17 Uhm H. S., Lampe M. Stability properties of azimuthally symmetric perturbations in an intense electron beam // Physics of Fluids –1981 – 24(8) – P. 1553-1564.
- 18 Uhm H. S. A self-consistent nonlinear theory of current modulation in relativistic klystron amplifiers // Physics of Fluids B – 1993 – 5(1) – P. 190-200.
- 19 Kompfner R. Travelling-wave tubes // Reports on Progress in Physics –1952 – 15 – P. 275-327.
- 20 Гинзбург Н.С., Малкин А.М., Железнов И.В., Сергеев А.С., Кочаровская Е.Р. Усиление коротковолнового излучения на основе резистивной неустойчивости релятивистского электронного потока (квазиоптическая теория) // Журнал технической физики – 2017 – Т.87 – №8 – С.1230-1237.
- 21 Malkin A.M., Zheleznov I.V., Sergeev A.S., Zaslavsky V.Yu., Makhalov P.B., Ginzburg N.S. Unified quasi-optical theory of short-wavelength radiation amplification by relativistic electron beams moving near the impedance surfaces // Physics of Plasmas – 2020 – Vol. 27 – No.11 –113106.
- 22 Holloway C. L., Kuester E. F., Gordon J. A., O’Hara J., Booth J., Smith D. R. An overview of the theory and applications of metasurfaces: The two-dimensional

---

equivalents of metamaterials // *IEEE Antennas Propagation Magazine* – 2012 – Vol. 54 – No. 2 – P. 10–31.

23 Силин Р.А., Чепурных И.П. О средах с отрицательной дисперсией // *Радиотехника и электроника* – 2001 – Т. 46 – №10 – С.1212-1217.

24 Силин Р.А. Построение законов преломления и отражения с помощью изочастот // *Радиотехника и электроника* – 2002 – Т.47 – №2 – С. 186-191.

25 Pendry J. B., Holden A. J., Stewart W. J., Youngs I. Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures // *Physical Review Letters* – 1996 – Vol. 76 – P. 4773-4776.

26 Rosenfeld L. *Theory of Electrons*. - New York: Publications – 1965.

27 Wang Z., Zhou W., Dong L., Sui X., Cai H., Zuo J., Chen Q. Dielectric spectroscopy characterization of relaxation process in Ni/epoxy composites // *Journal of Alloys and Compounds* – 2016 – Vol. 682 – P. 738-745.

28 Wan Y., Yang W., Yu Sh., Sun R., Wong Ch., Liao W. Covalent polymer functionalization of graphene for improved dielectric properties and thermal stability of epoxy composites // *Composites Science and Technology* – 2016 – Vol. 122 – P. 27-35.

29 Zhang Q., Wang J., Guo B., Guo Z., Yu J. Electrical conductivity of carbon nanotube-filled miscible poly(phenylene oxide)/polystyrene blends prepared by melt compounding // *Composites Part B: Engineering* – 2019 – Vol.176 – 107213.

30 Wang Z., Sun K., Xie P., Liu Y., Gu Q., Fan R. Permittivity transition from positive to negative in acrylic polyurethane-aluminum composites // *Composites Science and Technology* – 2020 – Vol.188 – 107969.

31 Wang Z., Xie P., Cheng Ch., Fan G., Zhang Z., Fan R., Yin X. Regulation mechanism of negative permittivity in poly (p-phenylene sulfide)/multiwall carbon nanotubes composites // *Synthetic Metals* – 2018 – Vol. 244 – P.15-19.

32 Qu Y., Wu Y., Fan G., Xie P., Liu Y., Zhang Z., Xin J., Jiang Q., Sun K., Fan R. Tunable radio-frequency negative permittivity of Carbon/CaCu<sub>3</sub>Ti<sub>4</sub>O<sub>12</sub> metacomposites // *Journal of Alloys and Compounds* – 2020 – Vol. 834 – 155164.

- 
- 33 Estevez D., Qin F., Luo Y., Mai Y., Panina L., Quan L., Peng H. Tunable negative permittivity in nano-carbon coated magnetic microwire polymer metacomposites // *Composites Science and Technology* – 2019 – Vol. 171 – P. 206-217.
- 34 Hou C., Fan G., Xie X., Zhang X., Sun X., Zhang Y., Wang B., Du W., Fan R. TiN/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> binary ceramics for negative permittivity metacomposites at kHz frequencies // *Journal of Alloys and Compounds* – 2021 – Vol. 855 (Part 2) – 157499.
- 35 Luo H., Qiu J. Carbon Nanotube/Polyolefin Elastomer Metacomposites with Adjustable Radio-Frequency Negative Permittivity and Negative Permeability // *Advanced Electronic Materials* – 2019 – Vol.5 – № 5 – 1900011.
- 36 Wang Z., Li H., Hu H., Fan Y., Fan R., Li B., Zhang J., Liu H., Fan J., Hou H., Dang F., Kou Z., Guo Z. Direct Observation of Stable Negative Capacitance in SrTiO<sub>3</sub>@BaTiO<sub>3</sub> Heterostructure // *Advanced Electronic Materials* – 2020 – Vol. 6 – 1901005.
- 37 Patra A., Prasad V. Effect of LaNiO<sub>3</sub> on the impedance and dielectric properties of CoFe<sub>2</sub>O<sub>4</sub>: a high temperature study // *Journal of Physics D: Applied Physics* – 2020 – Vol. 53 – 045301.
- 38 Tsutaoka T., Kasagi T., Yamamoto Sh., Hatakeyama K. Double negative electromagnetic property of granular composite materials in the microwave range // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* – 2015 – Vol. 383 – P. 139-143.
- 39 Tsutaoka T., Massango H., Kasagi T., Yamamoto Sh., Hatakeyama K. Double negative electromagnetic properties of percolated Fe<sub>53</sub>Ni<sub>47</sub>/Cu granular composites. // *Applied Physics Letters* – 2016 – Vol. 108 – № 19 – 191904.
- 40 Wang Z., Sun K., Xie P., Hou Q., Liu Y., Gu Q., Fan R. Design and analysis of negative permittivity behaviors in barium titanate/nickel metacomposites // *Acta Materialia* – 2020 – Vol. 185 – P. 412-419.
- 41 French D. M., Shiffler D., Cartwright K. Electron beam coupling to a metamaterial structure // *Physics of Plasmas* – 2013 – Vol. 20 – №8 – 083116.
- 42 Carlsten B. E. Small-signal analysis and particle-in-cell simulations of planar dielectric Cherenkov masers for use as high-frequency, moderate-power broadband amplifiers // *Physics of Plasmas* – 2002 – Vol. 9 – № 5 – P. 1790-1800.

- 
- 43 Rashidi A., Behdad N. Metamaterial-Enhanced Traveling Wave Tubes // IEEE International Vacuum Electronics Conference – 2014 – P. 199-200.
- 44 Ulisse G., Krozer V. W-band traveling wave tube amplifier based on planar slow wave structure //IEEE Electron Device Letters – 2017 – Vol. 38 – No. 1 – P. 126-129.
- 45 Bai N. et al. Integrated Microstrip Meander Line Traveling Wave Tube Based on Metamaterial Absorber // IEEE Transactions on Electron Devices – 2017– Vol. 64 – №7 – P. 2949 - 2954.
- 46 Shin Y. et al., MEMS fabrications of broadband epsilon negative (ENG) metamaterial electronic circuit for 0.22 THz sheet beam TWT application // 35th International Conference on Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves – 2010 – P. 1-2.
- 47 Shin Y.-M. et al., Micro-fabricable terahertz sheet beam amplifier integrated with broadband metamaterial circuit // International Conference on Communications and Electronics – 2010 – P. 373-378.
- 48 Bai N. et al., Electromagnetic band gap substrate for planar microstrip meander line travelling wave tube // IEEE International Vacuum Electronics Conference – 2012 – P. 233-234.
- 49 Chao L. et al., Metamaterial based negative refractive index traveling wave tube // 2013 19th IEEE Pulsed Power Conference (PPC) – 2013 – P. 1-5.
- 50 Apaydin N. et al., Metamaterial-based slow wave structure for travelling wave tubes // 2013 US National Committee of URSI National Radio Science Meeting (USNC-URSI NRSM) – 2013.
- 51 Bai N., Shen M., Sun X. Investigation of Microstrip Meander-Line Traveling-Wave Tube Using EBG Ground Plane // IEEE Transactions on Electron Devices – 2015 – Vol. 62 – No. 5 – P. 1622-1627.
- 52 Pchel'nikov Y. N., Yelizarov A. A. TWT Model on a Metamagnetic Plate // IEEE Transactions on Electron Devices – 2017 – Vol. 64 – No. 4 – P. 1787-1792.
- 53 Bai N. et al., A Ka-Band Folded Waveguide Traveling Wave Tube With Lumped Resistance Metamaterial Absorber // IEEE Transactions on Electron Devices – 2020 – Vol. 67 – No. 3 – P. 1248-1253.

- 
- 54 Li X. et al., A Wideband High-Voltage Longitudinal Output Structure for Ka-Band Sheet Beam Traveling-Wave Tubes // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques – 2021 – Vol. 69 – No. 4 – P. 2042-2047.
- 55 Wang Y. et al., Broadband and High Power Meta-Surface Dielectric Window for W-Band Gyrotron Traveling Wave Tubes // IEEE Electron Device Letters – 2021 – Vol. 42 – No. 9 – P. 1386-1389.
- 56 Shapiro M. A., Trendafilov S., Urzhumov Y., Alu A., Temkin R. J., Shvets G., Active negative-index metamaterial powered by an electron beam // Physical Review B – 2012 – Vol. 86 – No. 8 – P. 085132.
- 57 Hummelt J. S., Lewis S. M., Shapiro M. A., Temkin R. J. Design of a Metamaterial-Based Backward-Wave Oscillator // IEEE Transactions on Plasma Science – 2014 – Vol. 42 – No. 4 – P. 930-936.
- 58 Hummelt J. S., Lewis S. M., Xu H., Shapiro M. A., Mastovsky I., Temkin R. J. Fabrication and Test of a High Power S-Band Metamaterial Backward-Wave Oscillator // 2015 IEEE International Vacuum Electronics Conference (IVEC), Beijing, China – 2015.
- 59 Yurt S. C., Prasad S., Fuks M., Schamiloglu E. Designing of an O-Type BWO with a Metamaterial Slow-Wave Structure // 2016 IEEE International Vacuum Electronics Conference (IVEC), Monterey, CA, USA – 2016.
- 60 Hummelt J. S., et al. Coherent Cherenkov-Cyclotron Radiation Excited by an Electron Beam in a Metamaterial Waveguide.// Physical Review Letters – 2016 – Vol. 117 – 237701.
- 61 Lu X., Hummelt J. S., Shapiro M. A., Temkin R. J. Long pulse operation of a high power microwave source with a metamaterial loaded waveguide // 2017 Eighteenth International Vacuum Electronics Conference (IVEC), London, UK – 2017.
- 62 Lu X., Stephens J.C., Mastovsky I., Shapiro M. A., Temkin R. J. High Power Microwave Generation by Cherenkov-Cyclotron Instability in a Metamaterial Structure with Negative Group Velocity // 2018 IEEE International Vacuum Electronics Conference (IVEC), Monterey, CA, USA – 2018 – P. 27-28.

- 
- 63 Lu X., Stephens J.C., Mastovsky I., Shapiro M. A., Temkin R. J. High power long pulse microwave generation from a metamaterial structure with reverse symmetry // *Physics of Plasmas* – 2018 – Vol. 25 – 023102.
- 64 Yurt S. C. et al. O-type oscillator with metamaterial-like slow-wave structure // *IEEE International Vacuum Electronics Conference* – 2014 – P. 145-146.
- 65 Elfrgani A., Schamiloglu E. Relativistic BWO with Gaussian beam extracted radially using an electromagnetic bandgap medium // *2014 IEEE 41st International Conference on Plasma Sciences (ICOPS) held with 2014 IEEE International Conference on High-Power Particle Beams (BEAMS)* – 2014.
- 66 Elfrgani A. M. Relativistic BWO With Gaussian Radiation Radially Extracted Using an Electromagnetic Bandgap Medium // *IEEE Transactions on Plasma Science* – 2016 – Vol. 44 – No. 2 – P. 152-156.
- 67 Hummelt J. S., et al High power microwave generation from a metamaterial waveguide // *2016 IEEE International Vacuum Electronics Conference (IVEC), Monterey, CA, USA* – 2016.
- 68 Lu X., Hummelt J. S., Shapiro M. A., Temkin R. J., High Power Long Pulse Microwave Generation From a Metamaterial Based Backward Wave Oscillator // *2017 IEEE International Conference on Plasma Science (ICOPS)* – 2017.
- 69 Wu G. et al., Design of a W-Band metamaterial backward wave oscillator // *2017 42nd International Conference on Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves (IRMMW-THz)* – 2017.
- 70 Wu G. et al., A BWO based on novel metamaterial slow-wave structure // *2017 Eighteenth International Vacuum Electronics Conference (IVEC), London, UK* – 2017.
- 71 Wu G. et al., Design of a Cascade Backward-Wave Oscillator Based on Metamaterial Slow-Wave Structure // *IEEE Transactions on Electron Devices* – 2018 – Vol. 65 – No. 3 – P. 1172-1178.
- 72 Wu G. et al., Study of a Ka-Band High-Power All-Metal Metamaterial Microwave Generator // *2018 International Conference on Microwave and Millimeter Wave Technology (ICMMT)* – 2018.

- 
- 73 Guha R. et al., Investigations into Helix Slow-Wave Structure Assisted by Double-Negative Metamaterial // IEEE Transactions on Electron Devices – 2018 – Vol. 65 – No. 11 – P. 5082-5088.
- 74 Eser D., Demir Ş., Cold Test Validation of Metamaterial Based Rectangular Slow Wave Structure for High-Power Backward-Wave Oscillators // 2019 IEEE Pulsed Power & Plasma Science (PPPS) – 2019.
- 75 De Alleluia A. B. et al., A 3D-Printed Metamaterial Slow Wave Structure for High-Power Microwave Generation // 2020 IEEE 21st International Conference on Vacuum Electronics (IVEC), Monterey, CA, USA – 2020 – P. 99-100.
- 76 Narasimhan P. et al. Design of Thin Wire Metamaterial-Based Interaction Structure for Backward Wave Generation // IEEE Transactions on Electron Devices – 2020 – Vol. 67 – No. 3 – P. 1227-1233.
- 77 De Alleluia A. B. et al. Experimental Testing of a 3-D-Printed Metamaterial Slow Wave Structure for High-Power Microwave Generation // IEEE Transactions on Plasma Science – 2020 – Vol. 48 – No. 12 – P. 4356-4364.
- 78 Xiong N. et al. G-band Radiation source based on metamaterial structure and double sheet // 2021 46th International Conference on Infrared, Millimeter and Terahertz Waves (IRMMW-THz) – 2021.
- 79 Bliokh Y. P., Savel'ev S., Nori F., Electron beam instability in left-handed media // Physical Review Letters – Vol. 100 – No. 4 – P. 244803, 2008.
- 80 Esfahani NN, Schiinemann K. Application of metamaterials in spatial harmonic magnetrons // IEEE MTT-S International Microwave Symposium, May 17–22, Phoenix, AZ, USA: Phoenix Convention Center – 2015.
- 81 Galdetskiy A. V. On the application of metamaterials for output power increasing of multibeam Klystrons // 2012 22nd International Crimean Conference "Microwave & Telecommunication Technology" – 2012 – P. 191-192.
- 82 Galdetskiy A. V. On the use of metamaterials for increasing of output power of multibeam klystrons // 2013 IEEE 14th International Vacuum Electronics Conference – 2013.

- 
- 83 Duan Z. et al. Metamaterial-Inspired Vacuum Electron Devices and Accelerators // IEEE Transactions on Electron Devices – 2019 – Vol. 66 – No. 1 – P. 207-218.
- 84 Rowe T., Behdad N., Booske J. Metamaterial-Enhanced Resistive Wall Amplifiers // IEEE International Vacuum Electronics Conference –2015.
- 85 Rowe T., Behdad N., Booske J.. Metamaterial Design for a Metamaterial-Enhanced Resistive Wall Amplifier // 2016 IEEE International Vacuum Electronics Conference (IVEC), Monterey, CA, USA – 2016.
- 86 Smith D. R., Schultz S., Markoš P., Soukoulis C. M. Determination of effective permittivity and permeability of metamaterials from reflection and transmission coefficients // Physical Review B – 2002 – Vol. 65 – P. 195104.
- 87 Tretyakov S., Analytical Modeling in Applied Electromagnetics. -Norwood, MA, USA: Artech House – 2003.
- 88 Qin G. et al. Lowering plasma frequency by enhancing the effective mass of electrons: A route to deep sub-wavelength metamaterials // Chinese Physics B – 2013 – Vol. 22 – No. 8 – P. 087302.
- 89 Солнцев В.А. Нелинейные волны в электронных потоках // Известия вузов. Радиофизика – 1974 – Т. 17 – №4 – С. 616–626.
- 90 Овчаров В.Т., Солнцев В. А. Упрощенные нелинейные уравнения лампы бегущей волны // Радиотехника и электроника – 1962 – Т.7 – №11 – С. 1931-1940.
- 91 Шевчик В. Н., Трубецков Д. И. Аналитические методы расчета в электронике СВЧ. - М.: «Советское радио» – 1970 – 584 с.
- 92 Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Рыскин Н.М. Нелинейные колебания: Учеб. пособие для вузов. – М.: Изд. физ-мат лит-ры – 2002 – 352с.
- 93 Трубецков Д.И., Рожнев А.Г. Линейные колебания и волны. Учеб. пособие. – М.: Издательство Физико-математической литературы – 2001 – 416 с.
- 94 Вайнштейн Л. А., Солнцев В. А. Лекции по сверхвысокочастотной электронике. -М., «Советское радио» – 1973 – 400с.
- 95 Hamilton D.R., Knipp J.K., Horner Kuper J.B. Klystrons and Microwave Triodes (in the Massachusetts Institute of Technology Radiation Laboratory series) First Edition. - New York, Toronto, London, McGraw-Hill Book Company Inc – 1948.

- 
- 96 Кацман Ю.А. Приборы сверхвысоких частот. Теория, основы расчета и проектирования электронных приборов. Том II. Учебник для вузов. –М.: «Высшая школа» – 1973 – 384с.
- 97 Li X. et al.. An S-Band Reversed Cherenkov Oscillator in a Novel All-Metal Metamaterial Miniaturized Slow-Wave Structure // 2019 International Vacuum Electronics Conference (IVEC), Busan, Korea (South) – 2019
- 98 Wang X. et al.. A miniaturized high-gain, high-efficiency metamaterial assisted S-band extended interaction klystron // 2019 International Vacuum Electronics Conference (IVEC), Busan, Korea (South) – 2019.
- 99 Wang X. et al., Characterization of Metamaterial Slow-Wave Structure Loaded With Complementary Electric Split-Ring Resonators // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques – 2019 – Vol. 67 – No. 6 – P. 2238-2246.
- 100 Wang X. et al. Novel S-Band Metamaterial Extended Interaction Klystron // IEEE Electron Device Letters – 2020 – Vol. 41 – No. 10 – P. 1580-1583.
- 101 Zhang X. et al., S-band Two-gap Metamaterial Extended Interaction Oscillator // 2021 46th International Conference on Infrared, Millimeter and Terahertz Waves (IRMMW-THz) – 2021.
- 102 Duan Z. Metamaterial-based Radiation Sources with Free Electrons // 2021 46th International Conference on Infrared, Millimeter and Terahertz Waves (IRMMW-THz) – 2021.
- 103 Андрушкевич В.С., Вырский В.А., Гамаюнов Ю. Г., Шевчик В.Н.. Усилительные клистроны с распределенным взаимодействием. -Изд-во Саратовского университета – 1977 – 153с.
- 104 Chodorow M., Wessel-Berg T. A high-efficiency klystron with distributed interaction // IRE Transactions on electron devices – 1961 – Vol. 8 – P. 44-55.
- 105 Кэддс, Мак-Мэрти. Сравнительная оценка фотоприемников // «Электроника», русск. перевод – 1964 – Т. 37 – №13 – С. 22.
- 106 Миллер, Уиттвер. Усиление СВЧ колебаний с помощью вторичной электронной эмиссии // «Зарубежная радиоэлектроника» – 1965 – № 12 – С. 98.

- 
- 107 Thiess G.H. Method for detecting microwave modulated light // Proceedings of the IEEE – 1963 – Vol. 51 – No. 6 – P. 950-950.
- 108 Harris S. E., McMurtry B. J., Siegman A. E. Modulation and direct demodulation of coherent and incoherent light at a microwave frequency // Applied Physics Letters 1 – 1962 – Vol.1 – No.2 – P. 37-39.
- 109 Мак-Мартри. Исследование и расчет электровакуумного СВЧ фотоэлемента // «Зарубежная радиоэлектроника» – 1964 – № 4 – С. 87-99.
- 110 Caddes D.E. et al. Travelling-wave phototube. Pt.1: Theoretical analysis // IEEE Transactions on Electron Devices –1964 – Vol. 11 – № 4 – P. 156-163.
- 111 Targ R. et al. Travelling-wave phototube. Pt.2:Experimental analysis // IEEE Transactions on Electron Devices –1964 – Vol. ED-11 – № 4 – P. 164-170.
- 112 Седельников В.А., Трубецков Д.И. К линейной теории фото-ЛБВ // Сборник «Вопросы электроники СВЧ», № 1. – Изд-во Саратовского университета – 1964 – С. 149-158.
- 113 Kerr J.R. A transverse wave phototube for detection of microwave frequency-modulated light // IEEE Journal of Quantum Electronics – 1966 – Vol. 2 – № 2 – P. 21-29.
- 114 Sakuraba I., Rowe J.E. Partial conversion of current modulation in linear-photoelectron-beam system // IEEE Transactions on Electron Devices – 1965 – Vol. 12 – №6 – P. 388-389.
- 115 Левин Ю.И., Лернер Н.Б., Седельников В.А., Трубецков Д.И., Цикин Б.П. Некоторые вопросы теории лампы бегущей волны с фотокатодом (режим малых и больших сигналов). // Известия вузов. Радиоэлектроника – 1967 – Т. X – №4 – С. 323-334.
- 116 Малькова Н.Я., Победоносцев А.С., Самородов Ю.Д., Журздин В.И. Нелинейные характеристики фото-ЛБВ и ФЭУ-ЛБВ, работающих при больших значениях глубины модуляции принимаемого света // Электронная техника, серия 1 «Электроника СВЧ» – 1967 – №10 – С. 33-39.
- 117 Цейтлин М.Б., Кац А.М. Лампа с бегущей волной. –М.: Советское радио – 1964 – 308с.

- 
- 118 Jiang Y. et al. Demonstration of a 220-GHz Continuous Wave Traveling Wave Tube // IEEE Transactions on Electron Devices – 2021 – Vol. 68 – No. 6 – P.3051-3055.
- 119 Datta S., Kumar L. Plasma Frequency Reduction Factor. // Defence Science Journal – 2008 – Vol. 58 – No. 6 – P. 768-770.
- 120 Branch G.M., Mihran, T.G. Plasma frequency reduction factors in electron beams // IRE Transactions on Electron Devices – 1955 – Vol. 2 – No. 2 – P. 3-11.
- 121 Zhuo Sh. et al. THz broadband and dual-channel perfect absorbers based on patterned graphene and vanadium dioxide metamaterials // Optics Express – 2022 – Vol. 30 – No. 26 – P. 47647-47658.
- 122 Guo Z. et al. Negative permittivity behavior in microwave frequency from cellulose-derived carbon nanofibers // Advanced Composites and Hybrid Materials – 2022 – Vol.5 – P. 50-57.
- 123 Братман В.Л., Гинцбург В.А., Гришин Ю.А., Думеш Б.С., Русин Ф.С., Федотов А.Э. Импульсные широкодиапазонные оротроны миллиметровых и субмиллиметровых волн // Известия вузов. Радиофизика – 2006 – Т.49 – №11 – С. 958-963.
- 124 Xi, H., Wang, J., He, Z. et al. Continuous-wave Y-band planar BWO with wide tunable bandwidth // Scientific Reports – 2018 – Vol.8 – 348.
- 125 Marklein, René. The finite integration technique as a general tool to compute acoustic, electromagnetic, elastodynamic, and coupled wave fields // Review of radio science –2002 – P. 201-244.
- 126 Фунтов А.А. К нелинейной теории взаимодействия электронных потоков с высокочастотными полями в средах с комплексной проводимостью // Известия РАН. Серия Физическая – 2019 – Т. 83 – № 1 – С. 58–61.
- 127 Фунтов А.А. О нелинейной теории двухрезонаторного клистрона с пространством дрейфа в виде среды с комплексной диэлектрической проницаемостью // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика – 2020 – Т. 28 – № 4 – С. 414–424.

---

128 Фунтов А. А. О теории гибрида ЛБВО и усилителя с комплексной диэлектрической проницаемостью // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика – 2023 – Т.31 – №4 – С. 452-468.

129 Трубецков Д. И., Чижмотря Н. В., Фунтов А. А. Забытые приборы возвращаются. Часть 1. Усиление и шумы в системах «электронный поток – электромагнитные поля в диэлектриках и метаматериалах // Электронные приборы и устройства СВЧ: Материалы научно-технической конференции, посвящённой 60-летию АО «НПП «Алмаз». - Саратов: Изд-во ООО «Научная книга» – 2017 – С. 7-10 - 196с.

130 Титов А. В., Трубецков Д. И., Фунтов А.А. Волновой метод Овчарова-Солнцева в теории нетрадиционных СВЧ приборов // Сборник трудов III Всероссийской научно-технической конференции «Проблемы СВЧ электроники им. В. А. Солнцева 2017». Москва – 2017 – С. 5-6. – 92с.

131 Фунтов А.А. Лампы на поглощении и классические приборы с использованием метаматериалов // Материалы XVII Международной зимней школы-семинара по радиофизике и электронике сверхвысоких частот, 5–10 февраля 2018, Саратов. - Саратов: ООО «Издательский центр «Наука» – 2018 – С.40-43 –115с.

132 Фунтов А.А. О нелинейной теории двухрезонаторного клистрона с пространством дрейфа в виде среды с комплексной диэлектрической проницаемостью // Материалы XII международной школы-конференции "хаотические автоколебания и образование структур" (ХАОС-2019) (Саратов, 01-06 октября 2019 г.). - Саратов: ООО «Издательский центр «Наука» – 2019 – С. 44-45 –122с.

133 Фунтов А. А. О гибриде лбв и усилителя с комплексной диэлектрической проницаемостью // «Нанoeлектроника, нанофотоника и нелинейная физика»: тез. докл. XVI Всерос. конф. молодых ученых. - Саратов: Изд-во «Техно-Декор» – 2021 – С. 193-194 – 228с.

134 Фунтов А.А. Программа расчета выходных характеристик гибрида ЛБВО и усилителя с комплексной диэлектрической проницаемостью по линейной теории.

---

Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2023662976 от 18.06.2023.

135 Фунтов А.А. Программа расчета выходных характеристик гибрида ЛБВО и усилителя с комплексной диэлектрической проницаемостью по волновому методу Овчарова-Солнцева. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2023662975 от 18.06.2023.

136 Фунтов А.А. Программа расчета выходных характеристик пролетного клистрона с пространством дрейфа, обладающим комплексной диэлектрической проницаемостью по волновому методу Овчарова-Солнцева. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2023662974 от 18.06.2023.

137 Фунтов А.А. О теории гибрида лампы бегущей волны с фотокатодом и усилителя с комплексной диэлектрической проницаемостью // Известия РАН. Серия Физическая – 2021 – Т. 85 – № 1 – С. 98–105.

138 Фунтов А. А. О теории клистрона с распределенным взаимодействием и пространством дрейфа в виде среды с комплексной диэлектрической проницаемостью // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика – 2021 – Т. 29 – № 5 – С. 765–774.

139 Титов В. Н., Фунтов А. А. О планарных моделях резистивного усилителя (теория и моделирование) // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика – 2025 – Т. 33 – № 6 – 13 с. (опубликована онлайн, DOI: 10.18500/0869-6632-003173).