

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу

Фан Тхань Чунга

на тему «Анализ ударного воздействия на вязкоупругие пластинки

при помощи моделей с дробными производными»,

представленную на соискание ученой степени кандидата

физико-математических наук по специальности

01.02.04 – механика деформируемого твёрдого тела

1. Актуальность исследований. Рецензируемая работа выполнена в тренде современного развития методов решения краевых задач с операторами дробного интегродифференцирования применительно к задачам механики деформируемого твердого тела. Несмотря на огромное число работ по применению операторов дробного интегродифференцирования в различных областях науки и прикладных исследованиях, динамические и контактные задачи ударного взаимодействия с операторами такого типа находятся в стадии разработки. Данная работа продолжает цикл исследований в научной школе Ю.А. Россихина и М.В. Шитиковой применительно к классу двумерных (по пространственным переменным) краевых задач на примере задачи «ударник — пластина» в широком спектре упругих и вязкоупругих характеристик элементов этой системы. Поэтому внутренняя логика развития механики деформируемого твердого тела, связанная с усложнением реологических определяющих соотношений на базе операторов дробного интегродифференцирования и их использования при решении краевых задач, и определяет актуальность данной диссертационной работы. Здесь помимо новых корректных постановок краевых задач требуется и разработка математических методов их решения, чему в большей степени и посвящены исследования Фан Тхань Чунга.

Внешняя же логика развития данного направления определяется получением решений в замкнутой форме для ряда явлений ударного взаимодействия при наличии вязкоупругой составляющей в материалах ударника и мишени. Поскольку дробные операторы обладают большим спектром возможностей для описания вязкоупругого поведения при кратковременных нагрузках высокой интенсивности по сравнению с операторами с целочисленными производными, то рассмотренные в диссертации модели и результаты исследований несомненно представляют

интерес в прикладных исследованиях, например, на стадии проектирования и моделирования тех или иных задач контактного взаимодействия.

Исходя из вышеизложенного, считаю, что выполненные исследования являются актуальными как с точки зрения дальнейшего внутреннего развития методов решения краевых задач МДТТ с дробными операторами дифференцирования, так и с точки зрения использования результатов в инженерной практике и строительной механике.

2. Основные результаты и научная новизна. Предварительно сделаем замечание. В 2017 году рецензент оппонировал диссертационную работу Эстрады Мезы Марии Гуаделупе «Анализ динамического поведения вязкоупругих балок при ударных воздействиях с использованием моделей, содержащих дробные операторы», где частично решались аналогичные, но одномерные (по пространственной координате) задачи. В настоящей же работе используются двумерные краевые задачи с вытекающими отсюда последствиями существенного усложнения математического аппарата и развития более общих подходов. Исходя из вышеизложенного и предваряя подробный анализ результатов диссертации с точки зрения элементов их новизны, следует отметить некоторые обобщающие элементы этой работы, заключающиеся, во-первых, в рассмотрении и решении двумерных (по пространственной координате) краевых задач динамического взаимодействия ударника с пластиной в широком диапазоне вязкоупругих свойств их материалов и внешней среды, описываемых при помощи операторов дробного интегродифференцирования. Во-вторых, решён новый тип задач ударного взаимодействия шара с вязкоупругой пластинкой типа Уфлянда — Миндина с учетом (и без учета) растяжения её срединной поверхности, а также построено решение низкоскоростного взаимодействия ударника с круглой изотропной (предварительно напряжённой) упругой пластинкой. Отмеченные факты и определяют новизну работы как в постановке задач, так и методах их решения.

Анализируя частные научные результаты, укажем на нетривиальный математический аппарат, который использовал диссертант и успешно его применил к решению рассмотренных задач, показав хорошую квалификацию. Одним из результатов второй главы, заслуживающим внимания, является, например, построение функции Грина в задачах поперечного удара вязкоупругой сферы по упругой пластине Кирхгофа — Лява в окружающей

среде, свойства которой описываются моделью типа Кельвина — Фойхта с дробными производными. Это позволило получить интегральное уравнение для контактной силы и местного смятия с использованием (нетривиальной) алгебры дробных операторов Ю.Н. Работнова. Еще одним из достоинств данной работы является получение решений в аналитической форме, а преимущества аналитических решений очевидны и прозрачны, поскольку позволяют их параметризовать и применить весь арсенал непрерывной математики для анализа влияния тех или иных параметров на решение задачи. Так, в главе 2, используя полученные аналитические (хотя и приближённые) решения, соискателю удалось исследовать влияние начальной скорости удара на зависимости локального смятия контактной силы от времени; локального смятия и контактной силы от времени при фиксированной скорости от радиуса сферического ударника; локального смятия и контактной силы при фиксированной скорости от толщины пластины в широком изменении параметров дробности внешней среды $0 < \gamma_1 \leq 1$ и ударника $0 < \gamma_2 \leq 1$. Соответствующие численные результаты приведены на рис. 2.1 — 2.18 диссертации. И хотя выполненный на стр. 36 соискателем анализ основных эффектов влияния параметров дробности γ_1 и γ_2 от 0 (классический вариант линейно — упругого тела) до 1 (классическое вязкоупругое поведение), вообще говоря, на качественном уровне интуитивно очевиден, здесь приведены численные значения соответствующих различий, что также можно отнести к положительным моментам работы.

Более сложные и глубокие по содержанию краевые задачи рассмотрены в главах 3 и 4. Так, в главе 3 в полярной системе координат исследована задача динамического поведения вязкоупругой пластины типа Уфляда — Мидлина с учетом влияния растяжения её срединной поверхности на процесс деформирования во время удара вязкоупругим сферическим ударником. Здесь использовался достаточно сложный для математического решения задачи подход, заключающийся в том, что вне области контакта решение для ударных волн строится при помощи лучевых рядов, коэффициенты которых находятся из системы уравнений при помощи кинематических и геометрических условий совместности, а в зоне контакта — при помощи обобщенной теории Герца, с использованием алгебры дробных операторов Ю.Н. Работнова. В итоге соискатель получил систему интегро-

дифференциальных уравнений относительно перемещений пластины в зоне контакта и локального смятия материалов пластины и шара, на основании которых получил ряд новых приближённых аналитических решений методом последовательных приближений, ограничившись первым порядком приближения. Выполнен детальный параметрический анализ этих решений в зависимости от значений параметра дробности $0 \leq \gamma \leq 1$. В частных случаях $\gamma=0$ (упругие пластины и шар) и $\gamma=1$ (классические вязкоупругие характеристики материала пластины и шара) получены новые аналитические зависимости для времени контакта, смятия от времени и их экстремальных характеристик (значение максимального смятия и времени его достижения). Соискателем установлен интересный научный факт: учет растяжения срединной поверхности пластины приводит к увеличению максимальных значений контактной силы и локального смятия материалов пластинки и шара в зоне контакта по сравнению с соответствующими данными для случая, когда растяжение не учитывается.

Совершенно новая задача (по сравнению с указанной выше диссертацией 2017 года) решена соискателем в четвертой главе, где рассмотрен случай ударного взаимодействия жёсткого шара по предварительно напряжённой круглой изотропной пластине Уфлянда — Миндлина (но без учета влияния волн, отражённых от её границ). С точки зрения научной новизны отметим, что от аналогичных работ Россихина Ю.А. и Шитиковой М.В., где в качестве контактного закона использовалась модель линейного стандартного тела, соискатель получил некоторое обобщение их результатов, заключающиеся в применении обобщённого контактного закона Герца в комбинации с зависящими от времени операторами, описывающими жёсткость и коэффициент Пуассона материала пластинки.

По мнению рецензента, здесь теоретически описаны новые эффекты, к которым можно отнести следующие. Установлено, что в процессе удара по предварительно напряжённой пластине возбуждается нестационарная волна поперечного сдвига (поверхность сильного разрыва), которая распространяется со скоростью, зависящей от сжимающей силы, при этом при определённой величине сжимающей силы скорость этой волны стремится к нулю, что приводит к её «запиранию» в зоне контакта, а это, в свою очередь, ведет к концентрации всей энергии в зоне контакта и созданию условий к разрушению материала контактной области.

В заключение отметим, что все сформулированные в автореферате и диссертации положения, выносимые на защиту, а также положения заключения, в целом отражают действительное содержание диссертационной работы и они аргументировано и с достаточной строгостью (в рамках принятых гипотез и ограничений) доказаны, хотя по их изложению имеются и замечания, о которых речь пойдёт ниже.

3. Достоверность результатов диссертации сомнений не вызывает. Основные положения диссертации в достаточной мере обоснованы и логически вытекают из поставленных диссертантом целей. Достоверность результатов обеспечивается в целом корректностью постановок «физических» и математических задач, непротиворечивостью полученных результатов существующим теоретическим и качественным результатам работ других авторов, строгостью использования основных положений механики деформируемого твёрдого тела, теории обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных. Соблюдается принцип вложенности, когда результаты диссертационной работы соискателя в частных случаях совпадают с известными решениями других авторов. В предельных случаях параметра дробности полученные решения естественным образом переходят в известные (в том числе – и классические) решения для целочисленных производных.

4. Теоретическая и практическая ценность. При анализе теоретической и практической значимости полученных результатов следует отметить, что с точки зрения внутренней логической завершенности работы диссертантом сделан определенный шаг в механике деформируемого твердого тела в области разработки методов решения краевых задач с операторами дробного дифференцирования в области моделирования динамического высоко- и низкоскоростного ударного взаимодействия ударника и пластины при наличии широкого спектра реологических свойств материалов ударника и мишени. Особую ценность эти результаты представляют в том смысле, что получены аналитические (хотя и приближенные) решения.

С другой стороны, с точки зрения внешней логической завершенности работы (ее связи со смежными отраслями науки и производством), очевидно, что полученные результаты имеют понятные пути использования, во-первых, в расчетной практике проектных и научно-исследовательских организаций на

стадии проектирования элементов конструкций (пластины – широко представленный в строительстве и промышленности элемент) на ударные взаимодействия и назначения оптимальных геометрических и реологических параметров для научно-обоснованного назначения коэффициентов запаса. Во-вторых, расчетные данные, полученные в диссертационной работе, естественным образом пополняют и расширяют соответствующую базу расчетных данных в условиях ударного взаимодействия вязкоупругих тел, которую можно использовать другими авторами для сравнительного анализа.

5. Апробация работы. Основные положения рецензируемой работы в достаточной мере опубликованы в рецензируемых научных журналах и изданиях, включая публикации в изданиях из базы данных Web of Science и Scopus, и в материалах ряда Международных научных конференций. Работа выполнялась в рамках проекта РФФИ, который проходит тщательную научную экспертизу при его одобрении. Поэтому считаю, что рецензируемая диссертационная работа в достаточной мере опубликована и апробирована.

6. Диссертация и автореферат написаны понятным научным языком. Содержание диссертации достаточно полно, подробно и ясно раскрывает постановку, методы и результаты решения рассмотренных задач. Автореферат в целом отражает содержание диссертации. Оформление диссертации и автореферата в основном соответствует существующим требованиям.

7. Замечания по содержанию и оформлению работы. Недостатков, ставящих под сомнение справедливость какого-либо результата, в диссертации не обнаружено. Тем не менее замечания по диссертационной работе Фан Тхань Чунга можно квалифицировать как по оформлению диссертации, так и по существу работы.

По существу работы можно сделать следующие замечания.

1. С точки зрения механики деформируемого твердого тела непонятна гипотеза относительно того, что пластина из одного и того же материала вне зоны контакта и в зоне контакта описываются разными вязкоупругими моделями. Поскольку любая теория вязкоупругости в конечном итоге феноменологическая, то отсюда следует, что изменение свойств материала в зоне контакта связано со скоростью соударения. Но они крайне малы, чтобы использовать, например, механические характеристики материалов при высокоскоростном соударении (при скоростях, соизмеримых со скоростями

распространения звука). Тогда возникает резонный вопрос, какой должен быть характер определяющего эксперимента, чтобы получить все параметры модели в зоне контакта? И вообще, возможен ли такой определяющий эксперимент? Объяснение такой идеализации на качественном уровне через изменение межмолекулярных связей не является убедительным.

2. Дробно экспоненциальная функция Работнова Ю.Н. (30) в решении задач заменится лишь первым членом разложения (34) и лишь отличается, что (34) с достаточной степенью точности аппроксимирует (30). Но количественная характеристика погрешности аппроксимации не приводится. Эта же аппроксимация используется и далее при упрощении уравнений (146) и (160). Аналогичный вопрос возникает и при упрощении представления (51) (ряд с двойной суммой) в виде первого члена этого разложения при $n=0$.

3. В пункте (2.5) получено решение для функции $y(t)$ – снятия материалов ударника и мишени (проникновение сферы в пластину) в виде достаточно сложного интегрального уравнения (37), содержащего, в частности, двойные суммы. Без строгой констатации факта решение строится фактически методом последовательных приближений и получено лишь первое приближение (если за нулевое принять выражение (38)). Но возникает естественный вопрос о погрешности построенного решения (40) и вкладе последующих членов приближения.

Этот же приём (метод последовательных приближений) используется и далее (например, пункт 4.2.1), но опять решение строится лишь в первом приближении.

4. В главе 4 решается динамическая задача соударения ударника с предварительно сжатой круговой пластины в радиальном направлении. Несмотря на то, что соискателя интересует динамика системы «ударник - мишень» лишь в локальной области контакта, здесь при анализе решения необходимо учитывать возможность потери устойчивости пластины, а эта задача не может быть решена без граничных условий, которые отсутствуют.

Работа объёмная и математически насыщена, поэтому имеются и замечания, связанные с оформлением работы и изложением материала.

5. На стр. 22 в формуле (1) $\tau_{\sigma_1}^y$ (в тексте ниже τ_{σ_1} без верхнего индекса) — это время ретардации, а на стр. 25 это величина называется

коэффициентом пропорциональности. Здесь же (стр. 25) непонятно, как получена зависимость (9) и что такое упругая и вязкая матрицы.

В пункте 2.7 используются величины $\tau_{\sigma_1}=10^{-6}$ с и $\tau_{\sigma_2}=10^{-3}$. Это реальные феноменологические параметры для железобетона и меди или чисто модельные?

Переход от дифференциального уравнения (68) к соотношениям (69) и далее (71) не поясняются, но поскольку это операторная запись, то вместо 1 фактически имеем единичный оператор.

Нет пояснений, почему при любых m и n (14) имеет 2 комплексно сопряженных корня.

На стр. 28 в формуле (20) вводятся операторы v_2 и E_2 , которые текстуально не определены, а фраза, что E_2 записывается в виде (21) (где E_2 отсутствует) только запутывает ситуацию.

При изложении материала в диссертации во введении лишним является краткое перечисление материала диссертации, это прерогатива автореферата. В тексте имеются неточности: на стр. 6 вместо «... смятия материалов балки и шара...», должно быть «... смятия материалов пластины и шара...». На стр. 20 некорректна запись «... с целыми производными...», лучше использовать термин «целочисленные значения производных». Имеются некоторые опечатки в тексте диссертации.

Разумеется, отмеченные недостатки носят частный характер и ни в коей мере не влияют на общую положительную оценку работы Фан Тхань Чунг.

8. Заключение по диссертации. Оценивая работу в целом, считаю, что диссертация является законченной научно-квалификационной работой, выполненной соискателем самостоятельно и на достаточно высоком научном уровне. Диссертантом выполнено теоретическое решение ряда новых краевых задач с операторами дробного дифференцирования, в результате которых получены новые данные о закономерностях механического поведения конструкций «ударник – пластина» в условиях ударного взаимодействия, элементы которой наделены свойствами упругости и вязкоупругости (описываемой в терминах операторов дробного интегродифференцирования) в различных сочетаниях с учетом начального напряжённо-деформированного состояния пластины. Получены в

определенном смысле более общие результаты по сравнению с существующими на сегодняшний день в этой области исследования.

Полученные результаты достоверны, выводы и умозаключения обоснованы. Работа базируется на достаточном объёме полученных теоретических результатов и вносит существенный вклад в соответствующий раздел механики деформируемого твердого тела.

Исходя из вышеизложенного, считаю, что диссертационная работа «Анализ ударного воздействия на вязкоупругие пластинки при помощи моделей в дробными производными» является завершённым научным исследованием, выполненным на высоком научно-методическом уровне, соответствует специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела» и имеет важное научное и практическое значение, соответствует требованиям «Положения о присуждении ученых степеней», утверждённого постановлением Правительства Российской Федерации №842 от 24.03.2013 года (в редакции от 28.08.2017 года), а его автор – Фан Тхань Чунг – заслуживает присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук по указанной специальности.

Официальный оппонент:

заведующий кафедрой «Прикладная математика и информатика» Самарского государственного технического университета,
доктор физико-математических наук (01.02.04),
профессор

Радченко
Владимир
Павлович

Подпись Владимира Павловича Радченко

заверяю

Ученый секретарь СамГТУ,
доктор технических наук,



Малиновская
Юлия
Александровна

7 июня 2018 года

Служебный телефон:

8(846)3370443

E-mail: radch@samgtu.ru

Служебный адрес:

443100, г. Самара

ул. Молодогвардейская, 244,

Главный корпус СамГТУ,

кафедра «Прикладная математика и информатика»