

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по научной работе и цифровому развитию  
ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского»  
Короновский Алексей Александрович

« 17 » 03 20 25 Г.



### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения  
высшего образования «Саратовский национальный исследовательский госу-  
дарственный университет имени Н.Г. Чернышевского»  
по диссертации Рыхлова Виктора Сергеевича  
**«Спектральные свойства дифференциальных оператор-функций»**  
на соискание ученой степени доктора физико-математических наук  
по специальности 1.1.1. «Вещественный, комплексный и  
функциональный анализ», выполненной на кафедре  
дифференциальных уравнений и математической экономики

Тема диссертационной работы утверждена приказом ректора СГУ от 15.01.2025 г. № 1-Д.

Соискатель Рыхлов Виктор Сергеевич в 1976 году окончил «Саратовский ордена Трудового Красного Знамени государственный университет имени Н.Г. Чернышевского» по специальности «Прикладная математика» с присвоением квалификации «Математик» (диплом с отличием Ю № 446046).

Решением диссертационного совета в Саратовском государственном университете имени Н.Г. Чернышевского от 29.10.1981 г. (протокол № 10) Рыхлову Виктору Сергеевичу присуждена ученая степень кандидата физико-математических наук (диплом ФМ № 015296 от 24.02.1982 г.). Решением Высшей аттестационной комиссии при Совете Министров СССР от 05.06.1985 г. (протокол № 22ц/20) Рыхлову Виктору Сергеевичу присвоено звание доцента по кафедре дифференциальных уравнений и прикладной математики (аттестат АЦ № 081302).

В период подготовки диссертации соискатель работал доцентом кафедры дифференциальных уравнений и прикладной математики, а затем кафедры дифференциальных уравнений и математической экономики ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского».

Научный консультант – Хромов Август Петрович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры дифференциальных уравнений и математической экономики ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского», утвержденный приказом ректора СГУ от 15.01.2025 г. № 1-Д, представил положительный отзыв о диссертации и соискателе.

Научная экспертиза диссертации проходила на заседании кафедры дифференциальных уравнений математической экономики с приглашением специалистов по профилю диссертации из других структурных подразделений СГУ. На заседании присутствовали:

Дудов С.И., д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой дифференциальных уравнений и математической экономики;

Бондаренко Н.П., д.ф.-м.н., доцент, ведущий научный сотрудник кафедры математической физики и вычислительной математики;

Волосивец С.С., к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры теории функций и стохастического анализа;

Корнев В.В., к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры дифференциальных уравнений и математической экономики;

Кувардина Л.П., к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры дифференциальных уравнений и математической экономики;

Курдюмов В.П., к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры дифференциальных уравнений и математической экономики;

Лукомский С.Ф., д.ф.-м.н., профессор, профессор кафедры математического анализа;

Прохоров Д.В., д.ф.-м.н., профессор, профессор кафедры математического анализа;

Сидоров С.П., д.ф.-м.н., доцент, заведующий кафедрой теории функций и стохастического анализа;

Трынин А.Ю., д.ф.-м.н., доцент, профессор кафедры дифференциальных уравнений и математической экономики;

Хромов А.П., д.ф.-м.н., профессор, профессор кафедры дифференциальных уравнений и математической экономики;

Шамоян Ф.А., д.ф.-м.н., профессор, профессор кафедры математического анализа;

Юрко В.А., д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой математической физики и вычислительной математики.

Рецензенты диссертации:

Бондаренко Наталья Павловна, д.ф.-м.н., доцент, ведущий научный сотрудник кафедры математической физики и вычислительной математики, представила положительный отзыв;

Лукомский Сергей Фёдорович, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры математического анализа, представил положительный отзыв;

Шамоян Файзо Агитович, доктор физико-математических наук, про-

фессор, профессор кафедры математического анализа, представил положительный отзыв.

По итогам обсуждения диссертации принято следующее заключение.

**Общая оценка выполненной соискателем работы.** Диссертация Рыхлова В.С. представляет собой самостоятельное научное исследование, совокупность результатов которого можно квалифицировать как научное достижение, соответствует требованиям пп. 9-11, 13, 14 «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства РФ от 24 сентября 2013 г. № 842.

**Личное участие соискателя в получении результатов, изложенных в диссертации.** Все основные результаты диссертации получены автором самостоятельно. Диссертация оформлена с соблюдением правил научного цитирования. Все заимствования снабжены ссылками на источники.

**Достоверность результатов исследования** подтверждена строгими математическими доказательствами.

**Научная новизна** проведенного исследования заключается в следующем:

1. Для линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка общего вида со спектральным параметром получены асимптотические формулы экспоненциального типа для решений при наименьших условиях на коэффициенты с новым видом остаточного члена, учитывающего свойства главных по степени влияния на асимптотику коэффициентов дифференциального выражения.

2. Для общей линейной дифференциальной системы первого порядка со спектральным параметром получены асимптотические формулы экспоненциального типа для фундаментальной матрицы решений при наименьших условиях на коэффициенты с новым видом остаточного члена, учитывающего свойства главных по степени влияния на асимптотику коэффициентов дифференциальной системы.

3. Доказаны новые теоремы равносходимости в равномерной метрике внутри основного интервала разложений в ряды по собственным и присоединённым функциям обыкновенного дифференциального оператора  $n$ -го порядка с ненулевым коэффициентом при  $n - 1$ -й производной и регулярными по Биркгофу краевыми условиями и в обычный тригонометрический ряд Фурье при наименьших требованиях на коэффициенты дифференциального выражения.

4. Получены оценки разности частичных сумм нового типа разложений в ряды по собственным и присоединённым функциям обыкновенного дифференциального оператора из п. 3 и в обычный тригонометрический ряд Фурье в терминах общих модулей непрерывности коэффициента при  $n - 1$ -й производной и разлагаемой функции, как в общем случае, так и в случае, когда эти модули непрерывности оцениваются медленно меняющимися функ-

циями.

5. Предложен новый подход, а именно, метод обобщённых порождающих функций, к исследованию  $m$ -кратной ( $1 \leq m \leq n$ ) полноты в  $L_2[0,1]$  системы корневых функций оператор-функций, определяемых однородными по спектральному параметру дифференциальными выражениями с постоянными коэффициентами и двухточечными краевыми условиями с полиномиальными по спектральному параметру коэффициентами.

6. Исследованы приложения метода из п. 5 к отдельным новым сильно нерегулярным оператор-функциям, к новому классу сильно нерегулярных оператор-функций с распадающимися краевыми условиями при расположении характеристик на двух лучах и к новым дифференциальным операторам, порожденным простейшим дифференциальным выражениям пятого порядка и двухточечными двучленными краевыми условиями.

**Теоретическая и практическая значимость исследования.** Работа носит теоретический характер. Разработанные подходы могут быть обобщены на другие классы операторов и оператор-функций: операторы, порожденные более общими дифференциальными выражениями, оператор-функции с кратными характеристиками, с многоточечными краевыми условиями, на графах, с коэффициентами-распределениями. Результаты работы носят достаточно общий характер и могут найти применение при обосновании метода Фурье решения задач математической физики, при исследовании задач теории упругости, квантовой механики и других задач, приводящих к изучению несамосопряжённых операторов.

**Ценность научных работ соискателя.** Научные работы соискателя представляют ценность для специалистов в спектральной теории дифференциальных операторов и оператор-функций и смежных областях. По результатам диссертации опубликована 21 работа в высокорейтинговых российских и зарубежных журналах, индексируемых Web of Science, Scopus, RSCI. Высокий уровень цитируемости работ соискателя свидетельствует об их востребованности научным сообществом.

**Специальность, которой соответствует диссертация.** Диссертация по своему содержанию соответствует специальности 1.1.1. «Вещественный, комплексный и функциональный анализ», направлениям исследований «теория дифференциальных операторов», «функциональный анализ», «вещественный анализ, представление функций вещественной переменной», «теория приближения функций» паспорта данной специальности.

**Полнота изложения материалов диссертации в работах, опубликованных соискателем.** Основные результаты и методы диссертационного исследования достаточно полно изложены в 26 опубликованных научных работах соискателя, из которых 21 – в рецензируемых научных изданиях, индексируемых Web of Science, Scopus, RSCI и включённых в Перечень ВАК РФ. Таким образом, **качество и количество публикаций соответ-**

**ствуют требованиям**, установленным к диссертациям на соискание ученой степени доктора наук.

*Статьи, опубликованные в журналах Web of Science, Scopus, RSCI:*

1. Rykhlov, V.S. On the rate of equiconvergence for differential operators with nonzero coefficient of the  $(n - 1)$ -st derivative // Soviet Math. Dokl. – 1984. – Vol. 30, no. 3. – Pp. 777-779.

2. Rykhlov, V.S. Rate of equiconvergence for differential operators with nonzero coefficient of the  $(n - 1)$ -th derivative // Differential Equations. – 1990. – Vol. 26, no. 6. – Pp. 704-715.

3. Rykhlov, V.S. Completeness of eigenfunctions of quadratic pencils of ordinary differential operators // Russian Math. (Iz. VUZ). – 1992. – Vol. 36, no. 3. – Pp. 33-42.

4. Rykhlov, V.S. Asymptotics of the system of solutions of a general differential equation with parameter // Ukr. Math. J. – 1996. – Vol. 48, no. 1. – Pp. 108-121.

5. Rykhlov, V.S. Eigenfunction completeness for a third-order ordinary differential bundle of operators // Mat. Fiz. Anal. Geom. – 1996. – Vol. 3, no. 3/4. – Pp. 406-411.

6. Rykhlov, V.S. Equiconvergence rate in terms of general moduli of continuity for differential operators // Res. Math. – 1996. – Vol. 29. – Pp. 153-168.

7. Rykhlov, V.S. On the completeness of eigenfunctions of differential pencils of operators // Russian Math. Surveys. – 1996. – Vol. 51, no. 5. – Pp. 926-927.

8. Rykhlov, V.S. Asymptotical formulas for solutions of linear differential systems of the first order // Res. Math. – 1999. – Vol. 36. – Pp. 342-353.

9. Rykhlov, V.S. Completeness of eigenfunctions of one class of pencils of differential operators with constant coefficients // Russian Math. (Iz. VUZ). – 2009. – Vol. 53, no. 6. – Pp. 33-43.

10. Rykhlov, V.S. Completeness of root functions of the simplest strongly irregular differential operators with two-point two-term boundary conditions // Doklady Mathematics. – 2009. – Vol. 80, no. 2. – Pp. 762-764.

11. Рыхлов, В.С. О свойствах собственных функций одного квадратичного пучка дифференциальных операторов // Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. Сер.: Мат. Мех. Инф. – 2009. – Т. 9, № 1. – С. 31-44.

12. Рыхлов, В.С. О кратной полноте корневых функций одного класса пучков дифференциальных операторов // Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. Сер.: Мат. Мех. Инф. – 2010. – Т. 10, № 2. – С. 24-34.

13. Рыхлов, В.С. Разложение по собственным функциям квадратичных сильно нерегулярных пучков дифференциальных операторов второго порядка // Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. Сер.: Мат. Мех. Инф. – 2013. – Т. 13, № 1. – С. 21-26.

14. Rykhlov, V.S. Multiple completeness of the root functions for a certain

class of pencils of ordinary differential operators with constant coefficients // Res. Math. – 2015. – Vol. 68, no. 3-4. – Pp. 427-440.

15. Рыхлов, В.С. Разложение по корневым функциям сильно нерегулярного пучка дифференциальных операторов второго порядка с кратными характеристиками // Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. Сер.: Мат. Мех. Инф. – 2016. – Т. 16, № 2. – С. 165-174.

16. Rykhlov, V.S. Multiple completeness of the root functions for a certain class of pencils of ordinary differential operators with constant coefficients // Res. Math. – 2017. – Vol. 72, no. 1-2. – Pp. 281-301.

17. Rykhlov, V.S. Multiple completeness of the root functions for a certain class of ordinary differential pencils with constant coefficients // Lobachevskii J. Math. – 2017. – Vol. 38, no. 4. – Pp. 730-740.

18. Рыхлов, В.С. О кратной полноте корневых функций пучков дифференциальных операторов с постоянными коэффициентами и распадающимися краевыми условиями // Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. Сер.: Мат. Мех. Инф. – 2019. – Т. 19, № 2. – С. 134-151.

19. Rykhlov, V.S. On multiple completeness of root functions for ordinary differential polynomial pencils with constant coefficients // J. Math. Sci. – 2020. – Vol. 250, no. 4. – Pp. 340-361.

20. Rykhlov, V.S. On eigenfunction expansions for a class of irregular quadratic pencils of second-order differential operators // Lobachevskii J. Math. – 2021. – Vol. 42, no. 5. – Pp. 1014-1026.

21. Rykhlov, V.S. On the completeness of eigenfunctions of one 5th-order differential operator // J. Math. Sci. – 2024. – Vol. 282, no. 2. – Pp. 254-291.

*Иные публикации:*

22. Рыхлов, В.С. О свойствах собственных функций обыкновенного дифференциального квадратичного пучка второго порядка // Интегр. преобр. и спец. функции: Информ. бюллетень. – 2001. – Т. 2, № 1. – С. 85-103.

23. Рыхлов, В.С. О полноте корневых функций полиномиальных пучков обыкновенных дифференциальных операторов с постоянными коэффициентами // ТВИМ. – 2015. – № 1(26). – С. 69-86.

24. Рыхлов, В.С. О скорости равносходимости в аналоге теоремы Штейнгауза // ТВИМ. – 2015. – № 3(28). – С. 62-81.

25. Рыхлов, В.С. Кратная полнота корневых функций некоторых нерегулярных пучков дифференциальных операторов третьего порядка // ТВИМ. – 2016. – № 2(31). – С. 87-103.

26. Рыхлов, В.С. О кратной полноте корневых функций нерегулярных пучков дифференциальных операторов с постоянными коэффициентами и распадающимися краевыми условиями // ТВИМ. – 2018. – № 4(41). – С. 90-112.

Диссертация Рыхлова Виктора Сергеевича «Спектральные свойства

дифференциальных оператор-функций» рекомендуется к защите на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.1. «Вещественный, комплексный и функциональный анализ», как соответствующая критериям, предъявляемым к докторским диссертациям, установленным пунктам 9-11, 13, 14 «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства РФ от 24 сентября 2013 г. №842.

Присутствовало на заседании кафедры: 9 докторов наук и 4 кандидата наук по профилю диссертации.

Результаты открытого голосования: «за» – 13 человек, «против» – нет, «воздержалось» – нет, протокол № 24 от 04.03.2025 г.

Председатель заседания  
доктор физико-математических наук,  
профессор, заведующий кафедрой  
дифференциальных уравнений и  
математической экономики  
ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский  
государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»

Сергей Иванович Дудов

