

**ОТЗЫВ** научного консультанта  
о диссертации на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук  
**Игнатъева Михаила Юрьевича** на тему «Обратные задачи рассеяния  
для сингулярных дифференциальных операторов»  
по специальности 1.1.1 – Вещественный, комплексный и  
функциональный анализ

Игнатъев Михаил Юрьевич в 1994 г. окончил ГОУ ВПО «Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского» по специальности «Прикладная математика и информатика» с присвоением квалификации «Математик», в 1998 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – Математический анализ.

В дальнейшем соискатель работал доцентом кафедры математической физики и вычислительной математики ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского». В период работы на кафедре Игнатъевым М.Ю. проводились научные исследования в области спектральной теории операторов, теории интегрируемых нелинейных уравнений математической физики, численного анализа. Игнатъеву М.Ю. удалось получить в указанных направлениях глубокие нетривиальные результаты, ряд из них составил представленную им докторскую диссертацию.

Диссертация Игнатъева М. Ю. на соискание ученой степени доктора физико-математических наук посвящена вопросам теории обратных задач спектрального анализа для обыкновенных дифференциальных операторов. Такие задачи состоят в восстановлении коэффициентов операторов по заданным спектральным характеристикам. Обратные спектральные задачи играют фундаментальную роль в математике и имеют много приложений в механике, физике, электронике, метеорологии и других областях естествознания и техники. Интерес к данной тематике постоянно увеличивается благодаря появлению новых приложений, и в настоящее время теория обратных задач интенсивно развивается во всем мире.

Основы теории обратных задач спектрального анализа были заложены в середине XX века В. А. Марченко, Б. М. Левитаном, Г. Боргом, М. Г. Крейном, А. Н. Тихоновым, Л. Д. Фаддеевым и другими математиками. С тех пор теория обратных задач прошла несколько важных этапов в своем развитии. Тем не менее, в данной области существует ряд принципиальных вопросов как фундаментального, так и прикладного характера, к решению которых удалось приблизиться только сейчас, на современном уровне развития математических методов. Отметим, что

обратные спектральные задачи являются нелинейными, и это, в частности, делает их весьма трудными для исследования.

Основное внимание в диссертации уделено исследованию дифференциальных операторов в наиболее технически сложном сингулярном случае.

В Главах 1, 2 изучается задача рассеяния для матричных дифференциальных операторов первого порядка с регулярной особенностью. Глава 1 посвящена построению и исследованию т.н. решений типа Вейля. В Главе 2 дается решение обратной задачи рассеяния, включающее в себя теорему единственности, конструктивную процедуру решения и характеризацию данных рассеяния. Дифференциальные уравнения и системы с регулярной особенностью естественным образом возникают при разделении переменных в полярных, сферических и цилиндрических координатах, кроме того, к ним могут сводиться уравнения с точкой поворота. Важной чертой дифференциальных операторов с регулярной особенностью является неинтегрируемость их коэффициентов, существенно затрудняющая их изучение. Применение классических методов спектральной теории сталкивается здесь с целым рядом трудностей принципиального характера. Исследование обратных спектральных задач, в частности, проводилось ранее лишь для операторов, коэффициенты которых удовлетворяют достаточно жестким ограничениям на поведение в окрестности особой точки. Автору диссертационной работы удалось преодолеть указанные затруднения и провести исследование в весьма общем случае, не предполагающем каких-либо ограничений указанного типа. Более того, требования на коэффициенты оператора налагаются в терминах принадлежности некоторым классам суммируемости и не предполагают ни их дифференцируемости, ни даже непрерывности. Следует отметить, что исследование систем дифференциальных уравнений с недифференцируемыми коэффициентами остается нетривиальной задачей, возникающие здесь вопросы тесно связаны с вопросами активно развивающейся в настоящее время теории дифференциальных операторов высших порядков с коэффициентами-распределениями. Исследование задачи рассеяния для операторов с регулярной особенностью в такой общности проведено впервые, оно потребовало развития новых подходов и идей. Так, для изучения решений типа Вейля привлекается аппарат вспомогательных тензорно-значных функций – т.н. фундаментальных тензоров – впервые предложенный в теории рассеяния на оси и не применявшийся ранее при изучении операторов с особенностью. Метод, использованный в Главе 2 при решении обратной задачи, можно рассматривать как синтез классической схемы метода спектральных отображений и варианта метода контурного интеграла, предложенного Р. Билсом и др. при решении обратной задачи

рассеяния на всей оси, и дальнейшее развитие соответствующих идей. Наиболее глубокие и нетривиальные результаты Главы 2 содержатся в теоремах, дающих характеристику данных рассеяния. Здесь следует упомянуть выявленное автором свойство данных рассеяния, связанное с их поведением при малых значениях спектрального параметра. Указанное свойство весьма нетривиально и не имеет места для матричных операторов первого порядка с суммируемыми коэффициентами. Отметим, что при его доказательстве существенно используется аппарат фундаментальных тензоров, получивший в диссертационной работе существенное и нетривиальное развитие.

Глава 3 посвящена исследованию различных обратных задач рассеяния на некомпактных геометрических графах. Такие задачи имеют большое количество приложений, связанных с моделированием физических процессов в сетеподобных структурах. Наличие в графе некомпактных ребер существенно влияет на спектральные свойства дифференциальных операторов на таком графе, делая исследование обратных спектральных задач весьма нетривиальным. Среди полученных в Главе 3 результатов следует особо отметить теорему единственности решения обратной задачи для оператора переменного порядка на некомпактном графе с циклом. Данная теорема является первым результатом в теории обратных задач на графе с циклом, в случае, когда оператор на цикле имеет порядок больший двух.

В Главе 4 изучаются обратные задачи для некоторых интегро-дифференциальных операторов. Исследование обратных задач для таких операторов в силу их нелокальности сталкивается с целым рядом труднопреодолимых трудностей принципиального характера, большинство методов, разработанных в теории обратных задач для дифференциальных операторов, оказываются здесь неэффективными. Важным исключением являются задачи восстановления оператора свертки и некоторые их обобщения. Для таких задач в работах В. Юрко и С. Бутерина были получены теоремы о глобальной единственности и построена конструктивная процедура решения. В диссертационной работе М. Игнатьева данные результаты распространены на случай операторов дробного порядка. Указанное обобщение нетривиально и опирается на полученные автором формулы умножения для функций типа Миттаг-Леффлера.

Таким образом, в диссертации получены новые принципиальные результаты, которые, по моему мнению, вносят значительный вклад в спектральную теорию дифференциальных операторов. Результаты диссертации прошли существенную апробацию на международных конференциях и научных семинарах.

Подводя итоги, хочу отметить, что Игнатъев М. Ю. является зрелым самостоятельным ученым, а его диссертация представляет собой законченное и целостное научное исследование, совокупность результатов которого можно оценить как научное достижение.

Считаю, что диссертация Игнатъева М. Ю. удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК к диссертациям на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.1 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по указанной специальности.

**Научный консультант:**

Доктор физико-математических наук  
(специальность 01.01.01 – Вещественный,  
комплексный и функциональный анализ)  
профессор, заведующий кафедрой  
математической физики  
и вычислительной математики  
Федерального государственного  
бюджетного образовательного учреждения  
высшего образования «Саратовский  
национальный исследовательский  
государственный университет  
имени Н.Г. Чернышевского»  
410012, г. Саратов, ул. Астраханская, 83  
[yurkova@info.sgu.ru](mailto:yurkova@info.sgu.ru), +7(8452)515538

Юрко Вячеслав Анатольевич

