СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Salem R.* Determination del'ordre de grandeur ál'origine de certaines séries trigonométriques // C. R. Acad. Sci. Paris. 1928. V. 186. P. 1804–1806.

2. *Telyakovskiĭ S. A.* On the behavior near the origin of the sine series with convex coefficients // Publ. Inst. Math. Nouvelle série. 1995. V. 58, № 72. P. 43–50.

3. *Попов А. Ю.* Оценки сумм рядов по синусам с монотонными коэффициентами некоторых классов // Матем. заметки. 2003. Т. 74, вып. 6. С. 877–888.

УДК 517.51

О НЕРАВЕНСТВЕ С. Н. БЕРНШТЕЙНА

Н. В. Попов (Москва, Россия)
popov.niikita@gmail.com

Рассмотрим функционал $\|\cdot\|_p$, $0 \le p \le +\infty$. Для $0 < p < +\infty$ считаем, что он определён формулой

$$\|f\|_p = \left(\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} |f(t)|^p\,dt\right)^{1/p}.$$

Для крайних p полагаем

$$\|f\|_\infty = \lim_{p\to+\infty}\|f\|_p = \|f\|_C = \max_{x\in\mathbb{T}}|f(t)|,$$

$$\|f\|_0 = \lim_{p\to 0+}\|f\|_p = \exp\left(\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\ln|f(t)|\,dt\right).$$

Исследуется наилучшая константа $\varkappa(\alpha,n,p)$ в неравенстве

$$\|D^\alpha t_n\|_p \le \varkappa(\alpha,n,p)\,\|t_n\|_p, \quad p\in[0,\infty],$$

где t_n — тригонометрический полином степени не выше n и D^α — оператор дробно-линейного дифференцирования по Вейлю. То есть будем исследовать величину

$$\varkappa(\alpha,n,p) = \sup_{t_n\in\tau_n, t_n\not\equiv 0}\frac{\|D^\alpha t_n\|_p}{\|t_n\|_p}.$$

Исследованию данной величины посвящено много работ. Отметим среди них [1–4].

Теорема. *Справедливо следующее равенство* $\varkappa(\alpha,1,p)=1$ *для* $\alpha\in\mathbb{R}$, $p\in[0;+\infty]$. *При* $n=2,3,4,5,6,7,8$ *справедливо* $\varkappa(\alpha,n,p)=n^\alpha$ *при любом* $\alpha\in\{1,2,\ldots,2n-3\}\cup[2n-2,\infty)$, $p\in[0;+\infty]$.

Отметим, что случай $n=2$ получен другим способом в работе [5], причём в работе [5] доказано, что $\varkappa(\alpha,2,p)>2^\alpha$ при всех $\alpha\in[0;1)\cup(1;2)$.

Автором ранее анонсировался результат при $n = 1, 2, 3, 4, 5$ в работе [6].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Арестов В. В.* О неравенствах С.Н.Бернштейна для алгебраических и тригонометрических полиномов // Докл. АН СССР. 1979. Т. 246, вып. 6. С. 1289–1292.
2. *Арестов В. В.* Об интегральных неравенствах для тригонометрических полиномов и их производных // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1981. Т. 45, вып. 1. С. 3–22
3. *Kozko A. I.* The exact constants in the Bernstein-Zygmund-Szego inequalities with fractional derivatives and the Jackson-Nikolskii inequality for trigonometric polynomials // East J. Approx. 1998. Vol. 4, № 3. P. 391–416.
4. *Козко А. И.* О неравенстве Арестова – Бернштейна – Сеге для тригонометрических полиномов // Алгебра, теория чисел и дискретная геометрия: современные проблемы и приложения : материалы XIII междунар. конф. Тульский гос. пед. ун-т им. Л. Н. Толстого. 2015. С. 150–153.
5. *Арестов В. В., Глазырина П. Ю.* Неравенство Бернштейна – Сеге для дробных производных тригонометрических полиномов // Тр. ИММ УрО РАН. 2014. Т. 20, вып. 1. С. 17–31
6. *Попов Н. В.* О неравенстве для дробных производных // Современные методы теории функций и смежные проблемы : материалы междунар. конф.: Воронеж. зимн. матем. шк. (26 января - 1 февраля 2017). Воронеж : Изд. дом ВГУ, 2017. С. 168–169

УДК 517.5

УСИЛЕННЫЕ НЕРАВЕНСТВА УЛЬЯНОВА[1]

М. К. Потапов (Москва, Россия),
Б. В. Симонов (Волгоград, Россия)
mkpotapov@mail.ru, simonov-b2002@yandex.ru

I. Обозначим через

• $L_p, 1 \le p < \infty,$ – множество измеримых 2π-периодических функций $f(x)$ одного переменного x таких, что $\|f\|_p < \infty$, где

$$\|f\|_p = \Big(\int\limits_0^{2\pi} |f(x)|^p dx \Big)^{1/p};$$

• L_p^0 — множество функций $f \in L_p$ таких, что $\int\limits_0^{2\pi} f(x)dx = 0$;

• $\omega_\alpha(f, \delta)_p$ — дробный модуль гладкости порядка $\alpha > 0$ функции $f \in L_p$, т.е.

$$\omega_\alpha(f, \delta)_p = \sup_{|h| \le \delta} || \sum_{\nu=0}^{\infty} (-1)^\nu \binom{\alpha}{\nu} f(x + (\alpha - \nu)h) ||_p,$$

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект N 16-01-00350).