



Интегрированный
учебно-научный
практикум
"Методика, технология и
информационное
обеспечение
физического
эксперимента"

Б.С. Дмитриев
М.А. Морозова
Ю.И. Левин
Ю.П. Шараевский

**ИССЛЕДОВАНИЕ
ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ
И ДИФфуЗИИ ГАЗОВ
(КОМПЛЕКС ЛКТ-6М)**

Федеральное агентство по образованию
Саратовский государственный университет
им. Н.Г. Чернышевского
Кафедра нелинейной физики

Дмитриев Б.С., Морозова М.А.,
Лёвин Ю.И., Шараевский Ю.П.

**ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ
И ДИФФУЗИИ ГАЗОВ
(КОМПЛЕКС ЛКТ-6М)**

Учебно-методическое пособие к лабораторной работе в
интегрированном учебно-научном практикуме «Методика,
технология и информационное обеспечение физического
эксперимента»

Саратов-2008

УДК [536.23+533.15](072.8+075.8)
ББК 22.365я73

И 88 Дмитриев Б.С., Морозова М.А., Шараевский Ю.П., Левин Ю.И.
Исследование теплопроводности и диффузии газов (комплекс лкт-6): Учебно-методическое пособие. Саратов: Издательский центр «Рата», 2008. – 36 с.
ISBN 978-5-91659-024-1

В пособии описаны лабораторные работы по разделу молекулярной физики в соответствии с программой обучения студентов физических специальностей вузов. Предлагаемые упражнения содержат описание экспериментальной установки, рекомендации по проведению эксперимента и методам обработки и представления результатов. Каждая работа содержит теоретическую часть, контрольные вопросы и список рекомендуемой литературы.

Рекомендуют к печати кафедра нелинейной физики факультета нелинейных процессов СГУ

Рецензент – доцент кафедры нелинейной физики факультета нелинейных процессов СГУ Ковылов Н.Б.

Работа издана в авторской редакции

УДК [536.23+533.15](072.8+075.8)
ББК 22.365я73

ВВЕДЕНИЕ

Учебно-методическое пособие содержит описание лабораторных работ для проведения экспериментальных исследований по физическим основам молекулярной физики в учебно-методическом практикуме, созданном на кафедре нелинейной физики. В данном пособии содержится описание лабораторного комплекса ЛКТ-6М и методики измерений. Экспериментальные исследования, которые проводятся с помощью этого измерительного комплекса, направлены на изучение явлений переноса в газах.

Кроме описанных в работах заданий студенту может быть предложено самостоятельно спланировать оригинальный эксперимент, обосновать его методику проведения и объяснить полученные результаты в соответствии с основными законами молекулярной физики.

ТЕМЫ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ

- **Физические особенности процессов переноса**
Длина свободного пробега молекул
Диффузия
Обобщённое уравнение переноса
Теплопроводность
Вязкость
Электропроводность
Вакуумные явления
Нестационарное уравнение диффузии
- **Измерение коэффициента теплопроводности газов**
Установка и методика измерений
- **Измерение коэффициента диффузии газа в воздухе**
Методика измерений

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
Темы для исследования	4
Физические особенности процессов переноса	5
Измерение коэффициента теплопроводности газов	18
Измерением коэффициента диффузии газа в воздухе	25
Приложение	31

ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА

Газ, находящийся в равновесном состоянии, при постоянных внешних условиях характеризуется неизменностью во времени и во всех точках занимаемого объёма таких величин как давление, температура, относительное число молекул разного сорта и т.д. Но, несмотря на важную роль равновесных состояний, они всё же являются особым случаем и во многих задачах, представляющих огромный физический интерес, мы имеем дело с системами, не находящимися в равновесии.

Отклонение системы от равновесного состояния приводит к возникновению термодинамических потоков, связанных с переносом вещества, энергии, импульса и т.д. из одной части занимаемого объёма в другую. Подобные процессы получили название *явлений переноса*. При наличии в среде различной концентрации примеси возникают диффузионные потоки, т.е. перенос массы (явление диффузии); в случае разной температуры - тепловые потоки, т.е. перенос энергии (явление теплопроводности); при различной скорости течения потоков - перенос импульса (явление вязкости); при наложении электрического поля на систему свободных зарядов – потоки зарядов (ток), т.е. перенос зарядов (явление электропроводности).

При изучении систем, не находящихся в равновесии, мы сталкиваемся с достаточно сложной проблемой, связанной с необходимостью исследовать специфический характер взаимодействий, приводящий в конце концов систему в равновесное состояние. Однако, ситуация сильно упрощается в случае разреженных газов, о которых и пойдёт речь далее. Несмотря на приближённый характер последующих вычислений, они всё же дают возможность исходя из достаточно простых соображений, получить ясное представление о физической сути рассматриваемых явлений. Кроме того, с их помощью удаётся получить сравнительно хорошие численные оценки и правильно предсказать зависимость от всех существенных параметров.

С точки зрения молекулярно-кинетической теории основной причиной явлений переноса в газе является тепловое хаотическое движение молекул. Находясь в постоянном хаотическом движении, молекулы, соударяясь между собой, в конце концов, приводят газ в состояние равновесия. Происходит выравнивание температуры в различных частях газа, выравнивание концентраций веществ в смеси, выравнивание скоростей движущихся друг относительно друга слоёв газа и т.д. Рассмотрение процесса сильно упрощается, если считать газ настолько разреженным, что становится справедливым следующее приближение: время между соударениями молекул много меньше времени, затрачиваемого на соударение; вероятность одновременного столкновения трёх молекул пренебрежимо мала и имеют место только столкновения двух частиц; среднее расстояние между молекулами велико по сравнению со средней длиной волны де Бройля молекулы, что позволяет избежать квантовомеханических подходов.

Средняя длина свободного пробега

Начнём с рассмотрения столкновений между молекулами разреженного газа. Среднее расстояние $\bar{\lambda}$, проходимое молекулой между двумя последовательными столкновениями называется *средней длиной свободного пробега*. Рассмотрим молекулу B радиуса r , сближающуюся с другой молекулой B' радиуса r' с относительной скоростью \bar{V} (рис.1). Пусть расстояние между центрами обеих молекул при их максимальном сближении равно b . Тогда молекулы испытают столкновение если $b < r + r'$. Представим, что молекула B несёт на себе диск радиусом $r + r'$, центр которого совпадает с центром молекулы, а плоскость диска перпендикулярна к вектору относительной скорости \bar{V} . Тогда столкновение произойдёт только в том случае, если центр молекулы B' окажется

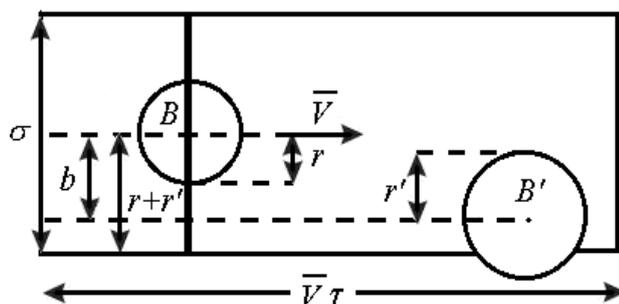


Рис.1.

внутри объёма, занятого воображаемым диском с поверхностью σ , называемой *полным поперечным сечением*

$$\sigma = \pi(r + r')^2 \quad (1)$$

или если молекулы одинаковые $\sigma = 4\pi r^2$.

Воображаемый диск с поверхностью σ за время τ вырезает в пространстве объём $\sigma \bar{V} \tau$. Если время τ будет равно среднему времени свободного пробега молекулы, т.е. среднему времени между двумя последовательными столкновениями молекул $\bar{\tau}$, то вырезанный объём будет содержать в среднем одну молекулу, т.е. $\sigma \bar{V} \bar{\tau} n = 1$, где n - число молекул в единице объёма газа. Тогда $\bar{\lambda} = 1/\sigma \bar{V} n$ и, принимая во внимание, что $\bar{\lambda} = \bar{v} \bar{\tau}$, где \bar{v} - средняя скорость движения молекул и $\bar{V} \approx \sqrt{2} \bar{v}$ (что можно получить в результате усреднения), получим

$$\bar{\lambda} \approx \frac{1}{4\pi\sqrt{2}nr^2}. \quad (2)$$

Диффузия

Рассмотрим вещество, состоящее из одинаковых молекул, но предположим, что часть их каким-то образом помечена. Пусть n_1 число помеченных молекул в единице объёма. В состоянии равновесия меченые молекулы равномерно распределены по всему объёму и, соответственно, n_1 не зависит от координат. Допустим, однако, что распределение не является однородным и n_1 зависит от координат, пусть для простоты рассуждений n_1 зависит только от одной координаты x , т.е. $n_1 = n_1(x)$. При этом предполагается, что полное число молекул в единице объёма остаётся постоянным, так что результирующее перемещение молекул вещества отсутствует. Такое состояние не является равновесным. Меченые молекулы вследствие теплового движения будут перемещаться в сосуде в сторону меньшей концентрации этих молекул, чтобы достичь равновесного состояния, когда они будут равномерно распределены по всему объёму. Этот процесс носит название *самодиффузии*. На место переместившихся меченых молекул приходят другие молекулы, так что давление газа остаётся неизменным, но происходит перенос массы газа.

Будем считать, что все молекулы движутся с одинаковой скоростью, равной их средней скорости \bar{v} . Одна треть из всех находящихся в единице объёма n молекул имеют составляющие скорости, направленные вдоль оси x , у половины этих молекул скорости направлены вдоль $+x$, а у другой половины вдоль $-x$ (см. рис.2). Тогда количество молекул, пролетающих за единицу времени через единичную площадку в направлении снизу вверх равно

$$N(x) = \frac{1}{6} n_1(x) \bar{v} \quad (3)$$

и столько же молекул движутся сверху вниз. Молекулы, пересекающие плоскость снизу, испытали последнее столкновение в среднем на расстоянии $\bar{\lambda}$ от плоскости. Так как $n_1 = n_1(x)$, то среднее число молекул, пересекающих за единицу времени через единичную площадку плоскости в направлении снизу вверх $N_+(x)$ и сверху вниз $N_-(x)$, равны, соответственно

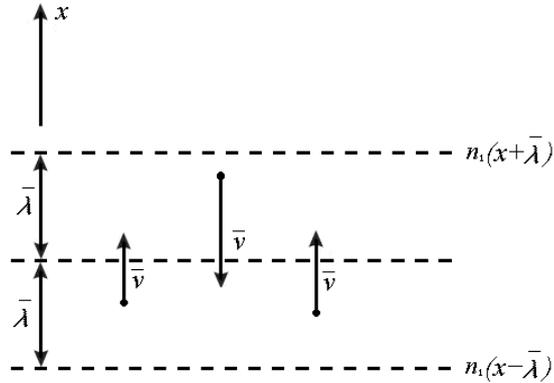


Рис.2.

$$N_+(x) = \frac{1}{6} \bar{v} n_1(x - \bar{\lambda}) \quad \text{и} \quad N_-(x) = \frac{1}{6} \bar{v} n_1(x + \bar{\lambda}).$$

Принимая во внимание, что $n(x - \bar{\lambda}) = n + \frac{dn}{dx} \bar{\lambda}$, $n(x + \bar{\lambda}) = n + \frac{dn}{dx} \bar{\lambda}$, получим результирующую плотность потока молекул $N(x)$ через единичную поверхность в направлении $+x$

$$N(x) = N_+(x) - N_-(x) = -\frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda} \frac{dn_1}{dx} = -D \frac{dn_1}{dx}, \quad (4)$$

где $D = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda}$ – коэффициент самодиффузии.

Умножая на массу молекулы m обе части равенства (4), получим выражение для плотности потока массы, т.е. массы, переносимой через единичную площадку в единицу времени M

$$M = -\frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda} \frac{dn_1 m}{dx} = -D \frac{d\rho_1}{dx}, \quad (5)$$

которое называется законом Фика, где $\rho_1 = n_1 m$ – плотность меченых молекул.

Знак минус в (4) и (5) отражает то обстоятельство, что поток массы (поток молекул) направлен в сторону убывания концентрации.

Принимая во внимание, что

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \quad (6)$$

и соотношение (2), в предположении, что молекулы являются твёрдыми шариками, площадь поперечного сечения σ (1) которых не зависит от температуры, можно показать, что значение коэффициента самодиффузии D растет с повышением температуры $D \sim T^{3/2}$.

Из соотношений (2) и (6) следует, что коэффициент самодиффузии D уменьшается с увеличением концентрации n и давления p , т.е. $D \sim 1/n \sim 1/p$. Это связано с уменьшением длины свободного пробега $\bar{\lambda}$ при увеличении концентрации молекул, что

приводит к более частым соударениям диффундирующих частиц с молекулами газа т.е. переносится на меньшее расстояние.

Обобщённое уравнение переноса

Поскольку все явления переноса имеют в основе общие физические закономерности (наличие градиента какой-либо физической величины и стремление системы к равновесному, однородному состоянию за счёт теплового, хаотического движения молекул), то после рассмотрения явления диффузии очень просто получить так называемое обобщённое уравнение переноса, удобное для анализа конкретных процессов переноса.

Пусть некоторая физическая величина a характеризует определённое молекулярное свойство, это может быть масса, энергия, импульс. При этом будем считать, что переносимую величину можно отнести к одной молекуле. (Если речь идет, например, о переносе энергии, то отнесенной к одной молекуле величиной будет полная энергия молекулы.) Будем считать, что величина $a(x)$ изменяется в зависимости от координаты x , например, так как это показано на рис.3. Ясно, что при наличии градиента величины $a(x)$ должен возникнуть поток в сторону её уменьшения. Если $grad a$ является постоянной величиной, не зависящей от времени, то говорят о стационарном процессе переноса.

Для количественного описания потока вводят величину A , называемую плотностью потока и численно равную количеству физической величины $a(x)$,

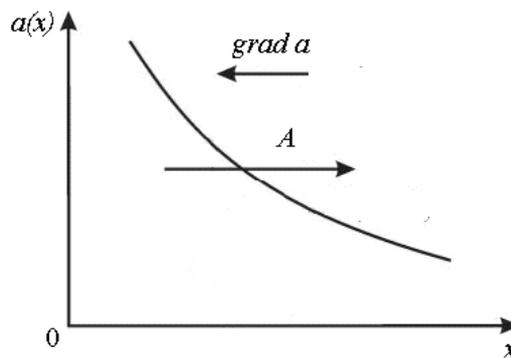


Рис.3.

переносимой за единицу времени через единичную поверхность. Если рассматриваемая система находится в состоянии, близком к равновесию, то плотность потока A пропорциональна градиенту соответствующей физической величины $a(x)$ в той же точке.

В уравнении, описывающем процесс диффузии (5), величина A представляет собой плотность потока массы M , а в качестве переносимой величины a выступает масса молекулы m . Тогда, если величина a зависит только от одной пространственной переменной x (случай одномерной среды), выражение для плотности потока будет иметь следующий вид

$$A = -\frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda} \frac{d(na)}{dx}. \quad (7)$$

Знак минус в выражении (7) указывает на то, что поток направлен в сторону уменьшения величины a . Параметры a и A в уравнении (7), отвечающие основным явлениям переноса (диффузии, вязкости, теплопроводности и электропроводности) и соответствующие коэффициенты переноса представлены в таблице 1, причём A представляет собой макропараметр, в то время как a является молекулярной характеристикой.

Таблица 1.

Явление	Диффузия	Вязкость	Теплопроводность	Электропроводность
a	m	mi	$3/2kT$	q
A	M	F	Q	j
Коэффициенты переноса	$D = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda}$	$\eta = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda} \rho$	$\alpha = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda} \rho c_v$	$\sigma_e = \frac{n_e q^2 \bar{\tau}}{m_e}$

Теплопроводность

Если в некоторой среде создать вдоль оси x градиент температуры, то возникает поток тепла. Допустим, что распределение температур в газе не является однородным, т.е. температура зависит от координаты $T = T(x)$ (рис.4). Газ в этом

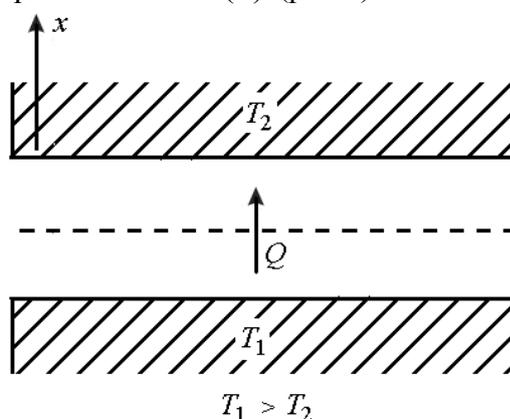


Рис.4.

случае находится в неравновесном состоянии, и стремление к достижению равновесия проявится в возникновении потока тепла Q , направленного от участков газа, обладающих высокой температурой, к участкам с низкой температурой.

Рассмотрим в газе некоторую плоскость $x = \text{const}$, где $T = T(x)$. Количество тепла, перенесённое за единицу времени через единицу поверхности плоскости в направлении $+x$, называется плотностью потока тепла Q . Механизм переноса тепла заключается в том, что молекулы газа пересекают плоскость сверху и снизу. Если в верхней области газа температура больше, чем в нижней ($\partial T / \partial x > 0$), то средняя кинетическая энергия $\bar{\epsilon}(x) = 3/2kT$ молекул в верхней области больше, чем энергия молекул в нижней. Энергия молекул, приходящих снизу меньше, чем у молекул, пересекающих плоскость сверху. В результате происходит перенос энергии из области над плоскостью в область под ней. При столкновениях молекулы с большей энергией передают часть энергии молекулам с меньшей энергией. Вследствие столкновений молекул друг с другом в результате хаотического движения происходит выравнивание энергии в разных областях пространства, а, следовательно, и выравнивание температур. Перенос энергии и обуславливает процесс *теплопроводности* в газах.

Тогда при замене в (7) A на поток тепла Q , а в качестве a рассматривая энергию теплового движения молекулы $3/2kT$, получим следующее соотношение

$$Q = -\alpha \frac{dT}{dx}, \quad (8)$$

где α - коэффициент теплопроводности и

$$\alpha = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda} \rho c_V, \quad (9)$$

$$c_V = \frac{C_V}{N_A m} = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A m} = \frac{1}{m} \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial T} - \text{удельная теплоёмкость при постоянном объёме, } \rho -$$

плотность газа. Знак минус показывает, что тепло течет в направлении убывания температуры. Выражение (8) представляет собой закон теплопроводности Фурье.

Проанализируем зависимость коэффициента теплопроводности α от температуры. В предположении, что молекулы представляют собой твёрдые шары, α зависит от температуры так же, как \bar{v} (6), т.е. $\alpha \sim \sqrt{T}$. Однако, в общем случае оказывается, что σ , a , следовательно, и $\bar{\lambda}$ зависят от относительной скорости молекул \bar{V} , в то время как $\bar{v} \sim \sqrt{T}$. В результате, зависимость α от температуры оказывается более сильной, приблизительно $\alpha \sim T^{0.7}$. Это связано с тем, что кроме больших и короткодействующих сил отталкивания, между молекулами действуют проявляющиеся на относительно больших расстояниях слабые силы притяжения. Эти силы увеличивают вероятность рассеяния молекулы, но с увеличением температуры эффективность их действия уменьшается, т.к. средняя скорость молекул возрастает, и те же силы вызывают меньшее отклонение. Поэтому поперечное сечение несколько уменьшается с увеличением T , а, следовательно, и α возрастает несколько быстрее чем \sqrt{T} .

В отличие от коэффициента диффузии D , значение коэффициента теплопроводности α , как следует из (9), не зависит от концентрации молекул газа и давления. Эта особенность связана с тем, что с увеличением давления в переносе тепла и импульса участвует большее количество молекул ($\rho \sim p$), но при этом, вследствие меньшей длины свободного пробега ($\bar{\lambda} \sim 1/p$), энергия и импульс передаются на меньшие расстояния.

Вязкость

Рассмотрим газ и вообразим в нём некоторую горизонтальную плоскость. Газ ниже этой плоскости испытывает некоторую силу на единицу поверхности F со стороны газа, находящегося под плоскостью. Из третьего закона Ньютона следует, что на газ над плоскостью действует такая же сила $-F$ со стороны газа, расположенного ниже плоскости. Если газ находится в равновесии, т.е. покоится или движется с постоянной скоростью, то из соображений симметрии следует, что значение сил, действующих параллельно плоскости равно нулю.

Рассмотрим теперь неравновесную ситуацию, которая заключается в том, что скорость газа u неодинакова в разных его слоях, причём скорость $u \ll \bar{v}$. Такое положение можно реализовать, если газ заключен между двумя пластинами, одна из которых покоится, а другая движется с некоторой скоростью u_0 . Тогда слои газа между пластинами будут иметь разные скорости, меняющиеся от 0 до u_0 (см. рис.5). Любой слой газа в этом случае, расположенный в плоскости $x = \text{Const}$ будет испытывать со стороны лежащего выше газа силу F , действующую параллельно плоскости, и стремящуюся выровнять скорости движения слоёв. Это явление называется внутренним трением или *вязкостью*, а значение этой силы выражается с помощью закона Ньютона

$$F = -\eta \frac{du}{dx}, \quad (10)$$

заменяя в (7) A - на F , a - на tu , получим $\eta = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda} \rho$ - называемый коэффициентом

вязкости. Величина $\frac{du}{dx}$ показывает, как быстро изменяется скорость газа в направлении x , перпендикулярном к направлению движения слоев. Если с увеличением x величина u

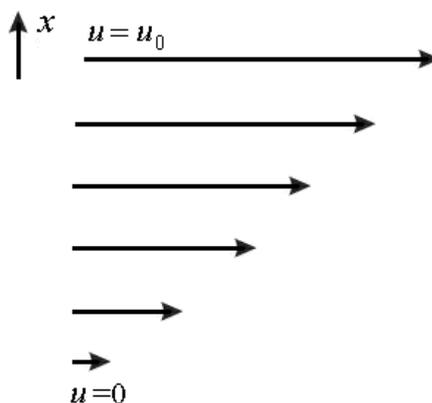


Рис.5.

возрастает, то среда, находящаяся под слоем будет замедлять среду, находящуюся над слоем, т.е. если $\frac{du}{dx} > 0$, то $F < 0$ и наоборот.

Молекулярная природа силы F заключается в следующем. Из-за хаотического теплового движения происходит обмен молекулами между слоями. При этом газ, находящийся ниже плоскости $x = Const$ получает приращение x компоненты импульса, т.к. проникающие сверху молекулы приносят избыток x компоненты импульса. В результате чего, импульс слоя, движущегося быстрее, уменьшается, а движущегося медленнее - увеличивается, что приводит к торможению слоя, движущегося быстрее и ускорению слоя, движущегося медленнее. По второму закону Ньютона сила, действующая на систему равна изменению импульса системы. Поэтому сила, с которой газ под плоскостью действует на газ над плоскостью, равна изменению за единицу времени импульса этого газа, что и отражено в (10). Знак минус обусловлен тем, что импульс переносится в направлении убывания скорости.

Зависимость коэффициента вязкости η от температуры, концентрации молекул газа и давления аналогична этой зависимости для коэффициента теплопроводности α . Так $\eta \sim T^{0.7}$ и коэффициент вязкости не зависит от давления газа.

Электропроводность

Рассмотрим среду, содержащую заряженные частицы с зарядом q , которые могут свободно перемещаться. Если приложить в направлении x слабое однородное электрическое поле напряжённостью E , то возникнет неравновесная ситуация и в результате в направлении x будет течь ток. Рассмотрим некоторую плоскость $x = Const$. Тогда плотность тока j , т.е. средняя величина электрического заряда, пересекающего единицу поверхности плоскости в единицу времени в направлении $+x$, определяется с помощью закона Ома

$$j = \sigma_e E, \quad (11)$$

где $\sigma_e = \frac{n_e q^2}{m_e} \bar{\tau}$ - электрическая проводимость, в которой n_e - концентрация заряженных частиц, m_e - масса частицы, а $\bar{\tau}$ - среднее время свободного пробега частицы.

Вакуумные явления

Все явления переноса тесно связаны со столкновениями между молекулами. Представляет интерес изучение свойств газа в условиях, когда между молекулами нет столкновений. Т.к. длина свободного пробега $\bar{\lambda} \approx 1/\sqrt{2}n\sigma$ обратно пропорциональна

давлению, то при уменьшении давления длина свободного пробега становится сопоставимой с характерными размерами сосуда L

$$\bar{\lambda} \sim L. \quad (12)$$

Такое состояние называется *вакуумом*. Понятие вакуума является понятием относительным: чем меньше размеры сосуда, тем при больших давлениях создаётся вакуум. Начиная с некоторого давления (например, при давлении порядка 10^{-6} мм. рт. ст. $\bar{\lambda}$ достигает нескольких десятков метров), длина свободного пробега становится больше размеров сосуда и молекулы будут преимущественно сталкиваться со стенками сосуда, а не с другими молекулами. Это приводит к существенному изменению физического механизма всех явлений переноса. В условиях вакуума теряет смысл говорить о давлении одной части газа на другую, а это значит, что трение перестаёт быть внутренним. Имеет смысл говорить только о силе трения, испытываемого движущимся телом. Теряет также смысл понятие теплопроводности, как процесса передачи энергии от одного слоя газа другому, следует говорить о теплопередаче между стенками сосуда. Эффективное значение средней длины свободного пробега становится приблизительно равным L ($\bar{\lambda} = Const = L$). Т.е. величина $\bar{\lambda}$ больше не зависит от концентрации молекул газа в сосуде n . Коэффициенты α и η в этом случае оказываются пропорциональными плотности ρ , а следовательно, и давлению p , т.е. $\alpha, \eta \sim \bar{\lambda}\rho \sim p$. Схематически зависимость коэффициентов α и η от давления газа показана на рис.6.

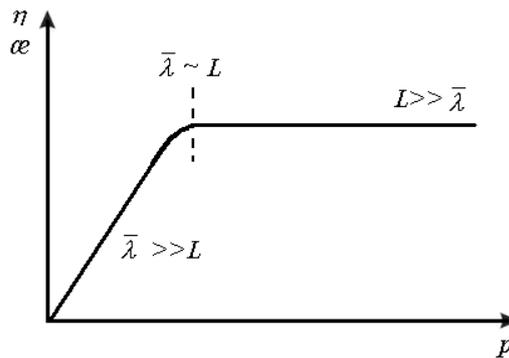


Рис.6.

Нестационарное уравнение диффузии

В результате явлений переноса происходит выравнивание температур, концентраций, скоростей движения слоёв газа и т.д. Если система предоставлена самой себе, то эти характеристики по всему объёму с течением времени должны становиться постоянными. Для анализа изменения характеристик газа со временем необходимо получить уравнение переноса, зависящее от времени.

Рассмотрим нестационарные процессы на примере явления самодиффузия. Пусть $n_1(x, \tau)$ есть среднее число меченых молекул, находящихся в момент времени τ вблизи x (см. рис.7). Так как полное число меченых молекул остаётся постоянным, то увеличение за единицу времени числа меченых молекул в слое толщиной dx должно быть равно разности числа входящих молекул в слой за единицу времени через поверхность S и покидающих этот слой, т.е.

$$\frac{\partial(n_1 S dx)}{\partial \tau} = S N(x) - S N(x + dx).$$

Разлагая $N(x + dx)$ в ряд Тейлора и ограничиваясь членом, линейным по dx , получим

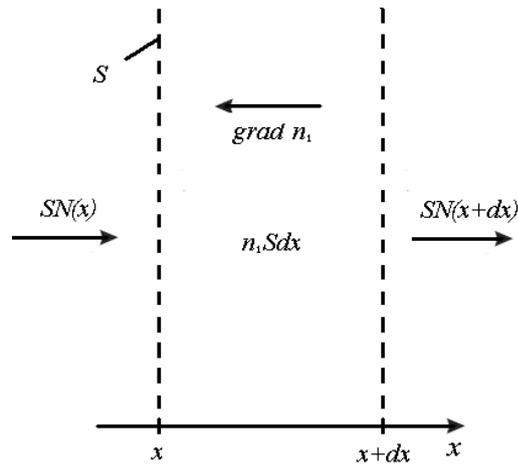


Рис.7.

$$\frac{\partial n_1}{\partial \tau} dx = N(x) - \left[N(x) + \frac{\partial N}{\partial x} dx \right]$$

или

$$\frac{\partial n_1}{\partial \tau} = -\frac{\partial N}{\partial x}.$$

Последняя формула является выражением того факта, что полное число молекул не меняется. Воспользовавшись соотношением (4), получим

$$\frac{\partial n_1}{\partial \tau} = D \frac{\partial^2 n_1}{\partial x^2}. \quad (13)$$

Это уравнение самодиффузии, зависящее от времени. Заметим, что данный процесс является необратимым, так как соотношение (13) не допускает замены τ на $-\tau$. С помощью этого уравнения можно изучить изменение концентрации меченых молекул n_1 во всех точках объёма при заданном распределении концентраций в начальный момент времени (начальные условия) и при определённых условиях на границе объёма (граничные условия).

Предположим, что в начальный момент времени τ вблизи плоскости $x=0$ находится n_1 меченых молекул. Эти молекулы будут с течением времени диффундировать и распространяться на всё увеличивающуюся часть пространства, как это показано на рис. 8. Число $n_1(x, \tau)$ молекул в единице объёма в любой точке x и в любой момент времени τ может быть получено в результате решения уравнения диффузии (13). Это математическая задача, подробно изучаемая в курсе математической физики.

Используя аналогичные рассуждения можно также получить уравнения, зависящие от времени и описывающие остальные явления переноса.

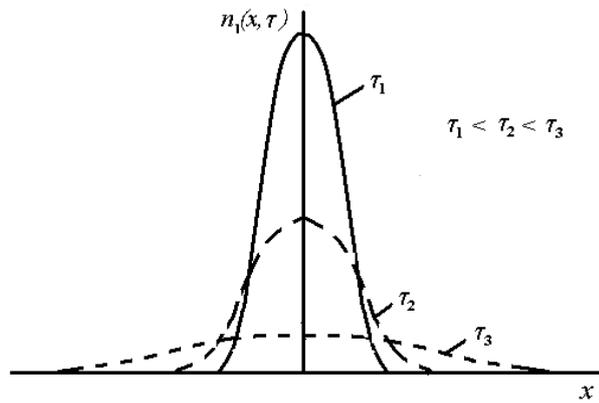


Рис.8.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ГАЗОВ

Цель работы: Измерение коэффициента теплопроводности газов методом нагретой нити, расположенной по оси цилиндрической трубки. Исследуемый газ находится внутри цилиндра.

Теория метода

Теплота может передаваться от более нагретой области тела к менее нагретой тремя различными способами: теплопроводностью, конвекцией и излучением. В данной работе будет исследоваться режим теплопроводности. Заметим, однако, что в практических ситуациях могут осуществляться одновременно разные способы передачи тепла. После выполнения работы интересно оценить возможный вклад других механизмов передачи тепла в выбранном методе измерений.

Физический механизм процесса теплопроводности связан с беспорядочным тепловым движением молекул. Подразумевается, что теплопроводность происходит в покоящейся среде, в частности, в среде отсутствуют какие-либо перепады давления, которые приводили бы к возникновению движения в ней. Количество теплоты, переносимое в единицу времени через единичную площадку (перпендикулярно направлению переноса), носит название теплового потока Q . Экспериментально установлено, что тепловой поток зависит от разности температур в разных областях среды, свойств среды, а также от размеров и формы тела. Если предположить, что температура T среды меняется только вдоль одного направления (примем это направление за ось r), то тепловой поток выражается соотношением

$$Q = -\alpha \frac{dT}{dr}, \quad (14)$$

где α является коэффициентом теплопроводности, а знак минус указывает, что направление теплового потока противоположно направлению возрастания температуры: тепло всегда распространяется в сторону уменьшения температуры. Еще раз отметим, что коэффициент α характеризует свойства самой среды и является предметом исследования в данной работе.

Одним из распространенных методов определения коэффициента теплопроводности газов является следующий. По оси цилиндрической трубки, внутри которой находится исследуемый газ, натягивается тонкая проволока. Рис.9 изображает поперечное сечение этого устройства: r_1 и r_2 – соответственно радиусы проволоки и трубки. Если проволоку нагревать током, а температуру стенки трубки поддерживать постоянной, то в направлении радиуса трубки возникнет тепловой поток от нити с

температурой T_1 к стенке с температурой T_2 . Очевидно, что в слое между проволокой и стенкой трубки установится распределение температуры, которое будет зависеть только от r . Коэффициент теплопроводности α вещества, вообще говоря, зависит от температуры, мы, однако, в нашей задаче этим изменением α по толщине слоя будем пренебрегать (продумайте основание этого допущения в данной работе). Для указанных условий полный поток тепла Q , проходящий за 1 секунду через выбранное сечение трубки радиусом r (ее длину обозначим l), будет равен

$$Q = \alpha 2\pi r l \frac{dT}{dr} = \text{Const.} \quad (15)$$

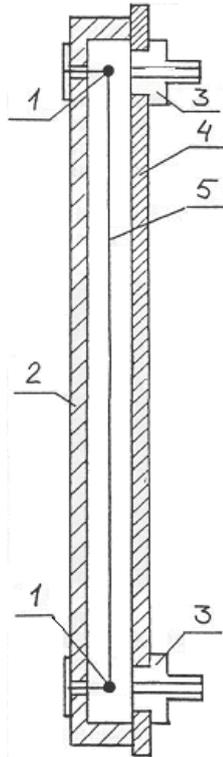


Рис.9.

Для стационарного процесса Q – постоянная величина. Разделив в выражении (15) переменные и проинтегрировав его, получим

$$2\pi \alpha l \int_{T_2}^{T_1} dT = Q \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r}$$

или

$$\alpha = \frac{Q}{2\pi l (T_1 - T_2)} \ln \frac{r_1}{r_2}. \quad (16)$$

Таким образом, чтобы определить коэффициент теплопроводности газа, нужно знать переносимое количество тепла за 1 секунду от проволоки к стенке трубки, температуры проволоки и трубки и геометрические размеры, которые в данной задаче заданы. За температуру стенки трубки принимают температуру корпуса модуля, которая определяется термопарой. Температуру проволоки T_1 можно определить, измерив изменение ее электрического сопротивления при нагревании. Действительно, в области применяемых температур сопротивление проволоки растет с температурой по линейному закону

$$R = R'(1 + \alpha t), \quad (17)$$

где R' - сопротивление проволоки при $t = 0^{\circ}\text{C}$, R - ее сопротивление при температуре t , α - температурный коэффициент сопротивления нити. При таком подходе считается, что все выделяемое идущим по проволоке током джоулево тепло переносится путем теплопроводности. Подумайте, к какой систематической ошибке в определении α приводит это допущение.

Установка и методика измерений

Измерения проводятся на установке ЛКТ-6М (рис.10). Схема измерительного модуля показан на рис.9. Металлическая нить 5 (сплав на основе никеля с температурным коэффициентом сопротивления $\alpha = 5.6 \times 10^{-3} \text{ 1/K}$ натянута между стойками 1 по оси цилиндрического канала в корпусе 2. Диаметр нити $2r_1 = 0,1 \text{ мм}$, диаметр канала $2r_2 = 12 \text{ мм}$, длина нити $l = 240 \text{ мм}$. Канал закрыт пробками 3. Электрическая схема показана на рис.11. Нить 5 подключена к гнездам « U_H » на панели модуля (рис.9). Последовательно с нитью включен эталонный резистор $R_0 = 10,3 \text{ Ом}$ (рис.11), подключенный к гнездам « $U_{\text{эт}}$ ». Схема запитывается постоянным током от регулируемого источника тока (2.4 на рис.10), для чего гнезда «+» и «-» на источнике соединяются с гнездами «Пит» на модуле. Сам регулятор тока с помощью специального кабеля (с разъемом СШ-5) подключается к блоку питания (3.1 на рис.10), который включается в сеть 220 В. Для измерения необходимых электрических величин используется универсальный мультиметр (2.2 на рис.10). Температура корпуса модуля t_k определяется на мультиметре при подключении к нему терморпары, вставленной в специальное гнездо корпуса (рис.10).

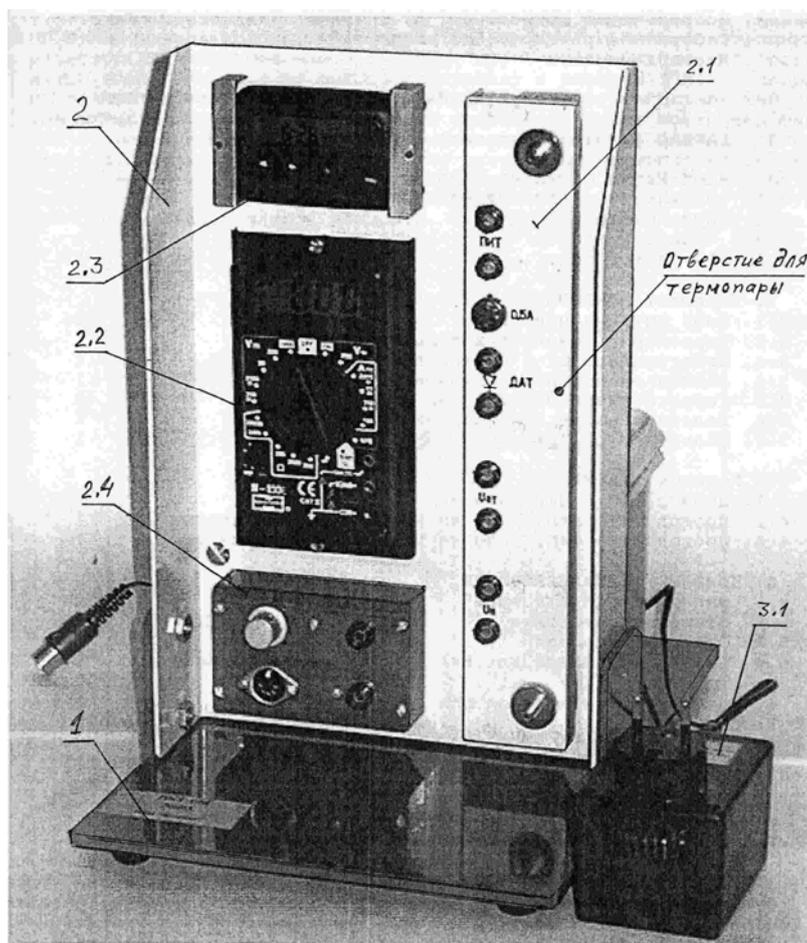


Рис.10.

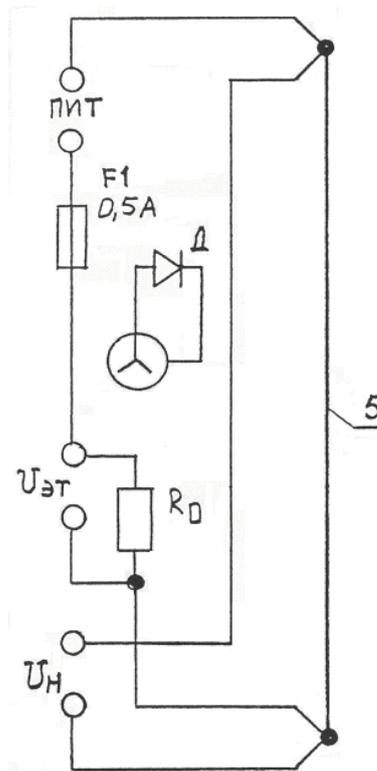


Рис.11.

Как видно из схемы (рис.11) через эталонный резистор R_0 и нить с сопротивлением R (при определенной температуре t) протекает одинаковый ток I , поэтому

$$U_n = IR, \quad U_{эм} = IR_0 \quad \text{и} \quad R = R_0 \frac{U_n}{U_{эм}}. \quad (18)$$

Сопротивление нити определяется из (18), для чего необходимо с помощью мультиметра определить напряжения U_n и $U_{эм}$ (значение сопротивления R составляет в опыте 2-4 Ом).

Как уже отмечалось, температура нити определяется через её сопротивление. Действительно, если измерить сопротивление нити R_1 при начальной (комнатной) температуре t_1 ($t_1 \approx t_k$), а сопротивление при искомой температуре t обозначить через R , то с помощью соотношения (17) можно получить

$$t = t_1 + \frac{R - R_1}{R_1} \cdot \frac{1 + \alpha t_1}{\alpha}. \quad (19)$$

В установившемся режиме при температуре t коэффициент теплопроводности воздуха на основании (16) находят по формуле

$$\alpha = \frac{Q}{2\pi l(t - t_1)} \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right). \quad (20)$$

Мощность Q для заданной температуры t будет равна

$$Q = IU_n, \quad I = \frac{U_{эм}}{R_0},$$

а значения U_n и $U_{эм}$ измеряются на соответствующих гнездах с помощью мультиметра.

Методика измерений такова. Сопротивление R_1 при комнатной температуре t_1 измеряют при малом токе (30 - 40 мА), этому соответствует значение $U_{эм} \sim 300$ мВ. Затем увеличивают напряжение $U_{эм}$ в пределах 1000 - 4000 мВ. При каждом выбранном значении $U_{эм}$ (для установления стационарного режима выждать несколько минут)

измеряют величину U_n и рассчитывают $I = \frac{U_{эм}}{R_0}$, $R = \frac{U_n}{I}$, ($t - t_1$) по формуле (19) и,

наконец, α по формуле (20).

Полученные данные представить в таблице:

$U_{эм}$ мВ	U_n мВ	I мА	R Ом	Q Вт	t °С	t_1 °С	α Вт/м·К

Величину $U_{эм}$ меняйте через 500 мВ. Найденное значение α сопоставьте с табличными данными и оцените зависимость $\alpha(t)$. Оценить погрешность результатов измерений.

Найдите закон стационарного распределения температуры между двумя концентрическими бесконечно длинными цилиндрами для идеализированной модели получения соотношения (16). Постройте функциональную зависимость $t(r)$ для параметров измерительной установки в случае максимального различия t_1 и t в эксперименте (формулу можно найти в [1]).

Определение теплопроводности углекислого газа

На описанной экспериментальной установке можно провести измерения с углекислым газом. Источником газа является огнетушитель, на выходе которого установлена капиллярная насадка. К насадке подключают резиновый баллон, который надувают до диаметра 15 – 20 см и перекрывают шланг баллона винтовым зажимом. Для заполнения цилиндра углекислым газом необходимо снять с модуля заглушки 3 (рис.9) и подключить баллон к нижнему штуцеру модуля. После заполнения канала газом надеть заглушки. Методика измерений аналогична описанной выше.

Контрольные вопросы

1. Объясните физический смысл коэффициента теплопроводности.
2. Каков физический механизм явления теплопроводности газов при нормальных условиях?
3. Какова зависимость коэффициента теплопроводности газов от температуры по классической теории? Сопоставьте эти выводы с экспериментом.
4. Пользуясь выражением для коэффициента теплопроводности α и найденным в эксперименте значением α , оцените величину $\bar{\lambda}$ для воздуха (значения ρ , \bar{v} , c_V возьмите из табличных данных). Прокомментируйте полученный результат.
5. Поясните смысл вакуумных явлений.

Литература

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т.2. Термодинамика и молекулярная физика. М.: Наука. 1989. §§ 53, 86, 89.
2. Матвеев А.Н. Молекулярная физика. М.: Высшая школа. 1981. §§ 50, 52.
3. Рейф Ф. Статистическая физика. М.: Наука. 1972. Гл. 8, §§ 8.1, 8.3.
4. Ландау Л.Д., Ахиезер А.И., Лифшиц Е.М. Курс общей физики. М.: Наука. 1969. §§ 109, 112, 113.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИФФУЗИИ ГАЗА

Цель работы: Измерение коэффициента диффузии газа в воздухе по изменению теплопроводности.

Теория метода

Диффузией называется самопроизвольное взаимное проникновение соприкасающихся веществ друг в друга, приводящее к выравниванию концентраций молекул в различных частях объема. Этот процесс представляет собой нестационарную диффузию, которая и изучается в данном эксперименте. (При стационарной диффузии разность концентраций компонентов смеси искусственным путём поддерживается неизменной.) Используемый метод измерения коэффициента диффузии заключается в анализе получившейся смеси (в данном эксперименте анализе её коэффициента теплопроводности) через некоторые промежутки времени после начала процесса диффузии. Это позволяет из данных анализа, времени опыта и из геометрических размеров прибора вычислить коэффициент диффузии газа.

Физический механизм процесса диффузии связан с беспорядочным тепловым движением молекул. Подразумевается, что диффузия происходит в покоящейся среде, в частности, газ не перемешивается никакими внешними воздействиями, приводящими её в движение. Число молекул, пересекающих в единицу времени через единичную площадку (перпендикулярно направлению переноса), носит название плотности потока молекул N . Если предположить, что концентрация n молекул газа меняется только вдоль одного направления (примем это направление за ось ox , направленную вдоль трубки на рис.9), то поток молекул газа выражается соотношением (4), в котором коэффициент диффузии D характеризует свойства диффундирующего вещества и свойства остальных компонентов, составляющих смесь. (Коэффициент диффузии для многих газов в воздухе при нормальных условиях имеет порядок $D \sim 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$.)

Для проведения эксперимента трубка заполняется исследуемым газом. Если затем открыть пробку в трубке с газом, то молекулы газа и окружающего воздуха, двигаясь беспорядочно и, сталкиваясь друг с другом, попадают в промежутки между соседними молекулами, что приводит к проникновению молекул воздуха в трубку и замещению ими молекул газа. С течением времени τ убывает разность концентраций $\Delta n = n_1 - n_2$ исследуемого газа в трубке (n_1) и в комнате (n_2). Диффузия приближает систему к состоянию термодинамического равновесия, перемешивание газа и воздуха будет происходить до тех пор, пока состав смеси не станет однородным.

Перемешивание газов может возникнуть и благодаря конвекции газов, которая приводит к выравниванию концентраций гораздо быстрее, чем диффузия. Для того, чтобы смешение при диффузии не ускорялось действием силы тяжести, при заполнении трубки более лёгким газом следует открывать нижнюю пробку, а при заполнении трубки более тяжёлым газом - верхнюю.

В процессе диффузии молекулы воздуха будут переходить в трубку, а молекулы исследуемого газа покидать её. За бесконечно малый промежуток времени $d\tau$ число молекул газа, продиффундировавших из трубки длиной l площадью S с учётом, что в (4)

при малых значениях концентрации можно положить $\frac{dn}{dx} = \frac{\Delta n}{\bar{l}}$ (где $\bar{l} = 4l/\pi^2$

оцененный в литературе средний линейный размер объёма трубки V , который определяется таким образом, чтобы уравнение (4) давало правильный средний поток), равно

$$dN = D \frac{\Delta n}{\bar{l}} S d\tau. \quad (21)$$

Из-за этого перехода молекул газа, их концентрация в трубке уменьшится на некоторую величину $\frac{dN}{V}$ и станет равна $n_1 - \frac{dN}{V}$, а в комнате, соответственно, $n_2 + \frac{dN}{V_k}$, где V_k - объём комнаты. Спустя время $d\tau$ разность концентраций газа в трубке и в комнате станет равна $\Delta n' = \Delta n - \frac{1}{V_0} dN$, где $V_0 = \frac{V V_k}{V + V_k} \approx V$. С учётом (21) получим

$$d(\Delta n) = \Delta n' - \Delta n = -D \frac{\Delta n}{V \bar{l}} S d\tau.$$

После интегрирования имеем

$$n_1 - n_2 = A \exp(-\tau/\tau_0), \quad (22)$$

где

$$\tau_0 = \frac{V \bar{l}}{DS} \approx 0.4 l^2 / D \quad (23)$$

называется временем релаксации процесса, т.е. временем, за которое разность концентраций молекул газа между трубкой и окружающей средой уменьшается в e раз. Постоянную A легко найти из начальных условий, если известна разность концентраций газа в трубке n_1^0 и в воздухе n_2^0 в момент времени $\tau=0$, тогда

$$A = \Delta n^0 = n_1^0 - n_2^0 \approx n_1^0.$$

После сложения (22) и аналогичного соотношения, описывающего диффузию молекул воздуха, имеем

$$n_1^* - n_2^* = (n_1^0 - n_2^{0\text{возд}}) \exp(-\tau/\tau_0), \quad (24)$$

где $n_{1,2}^* = n_{1,2} + n_{1,2}^{0\text{возд}}$ - концентрация молекул смеси воздуха и газа в трубке и в комнате, $n_{1,2}^{0\text{возд}}$ - концентрация молекул воздуха в трубке и в комнате, соответственно, а $n_2^{0\text{возд}}$ - начальная концентрация воздуха в комнате.

Пусть в некоторый момент времени τ концентрация смеси в трубке n_1^* и смесь подобного состава имеет коэффициент теплопроводности α' . При этом смесь в комнате имеет концентрацию $n_2^* \approx n_2^{0\text{возд}}$ (т.к. даже при $\tau \rightarrow \infty$ и достижении равновесного состояния $n_{1,2} = n_1^0 \frac{V}{V^*} \ll n_{1,2}^{0\text{возд}}$), т.е. и коэффициент теплопроводности данной смеси равен коэффициенту теплопроводности воздуха α . В начальный момент времени концентрация воздуха в комнате $n_2^{0\text{возд}} \approx n_{1,2}^{0\text{возд}}$, что соответствует коэффициенту теплопроводности воздуха α , а начальная концентрация газа в трубке n_1^0 соответствует коэффициенту теплопроводности газа α_Γ . Следовательно, теплопроводность смеси в трубке также по следующему экспоненциальному закону приближается к теплопроводности воздуха

$$|\alpha' - \alpha| = |\alpha_\Gamma - \alpha| \exp(-\tau/\tau_0). \quad (25)$$

Таким образом, чтобы определить время релаксации, а, следовательно, и коэффициент диффузии исследуемого газа в воздухе, достаточно проследить за изменением теплопроводности смеси в трубке с течением времени.

Установка и методика измерений

Заполните канал углекислым газом с помощью огнетушителя, как это делалось в эксперименте по измерению теплопроводности углекислого газа. Установите ток 200-300 мА. Выверните верхнюю пробку модуля 3 (рис.9). Вследствие того, что углекислый газ тяжелее воздуха, он не будет «вытекать» из канала, а будет выходить лишь вследствие диффузии и замещаться воздухом.

С течением времени состав смеси углекислого газа и воздуха в трубке меняется, а, следовательно, и меняется значение коэффициента теплопроводности смеси. Коэффициент диффузии D вещества, вообще говоря, зависит от температуры, мы, однако, в нашей задаче этим изменением D по толщине слоя будем пренебрегать (продумайте основание этого допущения в данной работе). Для определения зависимости коэффициента теплопроводности от времени, измерения проводятся через некоторые промежутки времени не менее 7 раз в течение 30 минут после удаления пробки при постоянном токе на выходе источника питания. Методика измерений и характеристика установки аналогичны приведённым в предыдущей работе по измерению коэффициента теплопроводности: температура нити t при прохождении электрического тока определяется через изменение её сопротивления. При выбранном значении $U_{эм}$ измеряют величину U_n , рассчитывают ток, сопротивление, мощность, температуру нити и коэффициент теплопроводности α по формуле (20). В опыте необходимо контролировать температуру t_k стенок канала (при длительных измерениях корпус модуля нагревается). Значение коэффициентов теплопроводности воздуха α и углекислого газа $\alpha_{г}$ были измерены в предыдущем задании.

Полученные данные представить в виде таблицы.

τ мин	$U_{э}$ U_m мВ	U_n мВ	I мА	R Ом	Q Вт	t °С	t_1 °С	$t-t_1$ °С	α' Вт/ м·К	$\ln(\alpha'-\alpha / \alpha_{г}-\alpha)$
Изм. α										
Изм. $\alpha_{г}$										

Для определения τ_0 нужно построить график зависимости $\ln(|\alpha'-\alpha|/|\alpha_{г}-\alpha|)$ от времени, выделить на нём линейный участок и определить на этом участке угловой коэффициент графика. Значение коэффициента диффузии D легко найти с использованием соотношения (23). Полученное значение коэффициента диффузии газа в воздухе D сопоставить с табличными данными. Оценить погрешность результатов измерений.

Контрольные вопросы

1. Объясните физический смысл коэффициента диффузии.
2. Каков физический механизм явления диффузии газов при нормальных условиях?
3. Какова зависимость коэффициента диффузии газов от температуры и давления по классической теории?
4. Насколько выражение для коэффициента самодиффузии D справедливо для взаимной диффузии газов, изучаемой в эксперименте? Получите выражение для коэффициента взаимной диффузии различных газов.
5. Оцените величину $\bar{\lambda}$ для углекислого газа (значение \bar{v} возьмите из табличных данных). Прокомментируйте полученный результат.

Литература

1. *Кикоин А.К., Кикоин И.К.* Молекулярная физика. М.: Наука. 1976. §§ 40-43.
2. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Т.2. Термодинамика и молекулярная физика. М.: Наука. 1989. § 90.
3. *Матвеев А.Н.* Молекулярная физика. М.: Высшая школа. 1981. §§ 52, 53.
4. *Рейф Ф.* Статистическая физика. М.: Наука. 1972. Гл. 8, § 8.4.
5. *Ландау Л.Д., Ахиезер А.И., Лифшиц Е.М.* Курс общей физики. М.: Наука. 1969. §§ 108, 111, 113.

Коэффициенты переноса (при н.у.)

Таблица 2.

Вещество	Коэффициент теплопроводности α ($\frac{\text{мВт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$)
H ₂	14
N ₂	23
CO ₂	14
Воздух	23.1
Керосин	130
H ₂ O	590
Этиловый спирт	180
Стекло	290
Лёд	2200
Латунь	1.1 10 ⁵

Таблица 3.

Вещество	Коэффициент вязкости η (мкПа·с)
H ₂	8.4
N ₂	16.7
O ₂	19.2
CO ₂	14.0
Воздух	17.2
H ₂ O	9.0
Hg	1650
Масло машинное	1 10 ⁵
Глицерин	8.5 10 ⁵
Масло касторовое	1 10 ⁶

Таблица 4.

Вещество	Коэффициент диффузии D (см ² /с)
H ₂ - O ₂	0.68
H ₂ - CO ₂	0.54
H ₂ O - CO ₂	0.16
H ₂ O - воздух	0.24
CO ₂ - воздух	0.14
Уксусная кислота - воздух	0.1
Этиловый спирт - воздух	0.027
Этиловый спирт - CO ₂	0.041
Бензол - воздух	0,075

Учебное издание

Дмитриев Борис Савельевич
Морозова Мария Александровна
Шараевский Юрий Павлович
Левин Юрий Иванович

**ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ
И ДИФФУЗИИ ГАЗОВ
(комплекс лкт-6)**

Учебно-методическое пособие к лабораторной работе в интегрированном учебно-научном практикуме «Методика, технология и информационное обеспечение физического эксперимента»

Оригинал-макет подготовлен Морозовой М.А.

Подписано к печати 23.12.08. Формат 60x84/16
Печать трафаретная. Бумага «Снегурочка». Гарнитура Times
Усл. печ. л. 2,09 (2,25). Тираж 100. Заказ 407

413105, г. Энгельс, пр-д Крупской, 73
ЗАО НТЦ «Волгапромстройбезопасность»
Издательский центр «Рата»