

Н. В. Байдакова (Екатеринбург)  
baidakova@imm.uran.ru

**ВЛИЯНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ  
ТРИАНГУЛЯЦИИ НА ПОГРЕШНОСТЬ  
АППРОКСИМАЦИИ ПРОИЗВОДНЫХ ФУНКЦИИ  
ПРОИЗВОДНЫМИ ГЛАДКИХ  
КУСОЧНО-ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ<sup>1</sup>**

Для широкого класса интерполяционных условий, включая классические, задающих многочлен  $P_n$  на треугольнике с углами  $\alpha < \beta < \theta$ , построен пример функции  $f^*$ , для которой доказано, что найдутся  $C > 0$ ,  $\alpha_0 > 0$ , натуральное  $s_0 \geq 2m+1$  и единичные векторы  $\xi_{s_1}, \dots, \xi_{s_s}$ ,  $s = \overline{1, n}$ , такие что для  $\alpha < \alpha_0$  имеют место оценки

$$\|D_{\xi_{s_1} \dots \xi_{s_s}}^s (f^* - P_n)\|_\infty \geq \frac{CMH^{n+1-s}}{\sin \beta (\sin \alpha)^{\min\{s-1, s_0-1\}}}.$$

Если, кроме того,  $m \geq 1$  и  $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} = 0$ , то найдутся  $\tilde{\alpha}_0 > 0$ , натуральные числа  $\{r_i\}_{i=0}^{m+1}$ ,  $2m+1 = r_0 < r_1 < \dots < r_{m+1} \leq n$  и единичные векторы  $\zeta_{r_1}, \dots, \zeta_{r_r}$ ,  $r = \overline{2m+2, n}$ , такие что для  $\alpha < \tilde{\alpha}_0$  имеют место оценки

$$\|D_{\zeta_{r_1} \dots \zeta_{r_r}}^r (f^* - P_n)\|_\infty \geq \frac{CMH^{n+1-r}}{\sin \beta (\sin \alpha)^{2m} (\operatorname{tg} \beta)^{r-2m-1}}, \quad r = \overline{r_1, r_{m+1}};$$

$$\|D_{\zeta_{r_1} \dots \zeta_{r_r}}^r (f^* - P_n)\|_\infty \geq \frac{CMH^{n+1-r}}{\sin \beta (\sin \alpha)^{2m} (\operatorname{tg} \beta)^{r_{m+1}-2m-1}}, \quad r = \overline{r_{m+1}+1, n};$$

$$\|D_{\zeta_{r_1} \dots \zeta_{r_r}}^r (f^* - P_n)\|_\infty \geq \max \left\{ \frac{CMH^{n+1-r}}{\sin \beta (\sin \alpha)^{p_r} (\operatorname{tg} \beta)^{q_r}}, \frac{CMH^{n+1-r}}{\sin \beta (\sin \alpha)^{2m} (\operatorname{tg} \beta)^{r_{i-1}-2m-1}} \right\}, \quad r = \overline{r_{i-1}+1, r_i-1}, \quad i = \overline{1, m+1},$$

где  $p_r = \max\{0, 2m - r_i + r\}$ ,  $q_r = \min\{r_i - 2m, r\} - 1$ .

Данный пример показывает, что задача выбора таких интерполяционных условий, которые одновременно обеспечивали бы независимость оценок сверху аппроксимации производных от синуса наименьшего угла треугольника в знаменателе и высокую гладкость результирующей кусочно-полиномиальной функции при локальных способах интерполирования на триангулированной области, не может быть полностью решена положительно.

<sup>1</sup>Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 11-01-00347).