

Н. В. Байдакова (Екатеринбург)
baidakova@imm.uran.ru

**ВЛИЯНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ
ТРИАНГУЛЯЦИИ НА ПОГРЕШНОСТЬ
АППРОКСИМАЦИИ ПРОИЗВОДНЫХ ФУНКЦИИ
ПРОИЗВОДНЫМИ ГЛАДКИХ
КУСОЧНО-ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ¹**

Для широкого класса интерполяционных условий, включая классические, задающих многочлен P_n на треугольнике с углами $\alpha < \beta < \theta$, построен пример функции f^* , для которой доказано, что найдутся $C > 0$, $\alpha_0 > 0$, натуральное $s_0 \geq 2m+1$ и единичные векторы $\xi_{s_1}, \dots, \xi_{s_s}$, $s = \overline{1, n}$, такие что для $\alpha < \alpha_0$ имеют место оценки

$$\|D_{\xi_{s_1} \dots \xi_{s_s}}^s (f^* - P_n)\|_\infty \geq \frac{CMH^{n+1-s}}{\sin \beta (\sin \alpha)^{\min\{s-1, s_0-1\}}}.$$

Если, кроме того, $m \geq 1$ и $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} = 0$, то найдутся $\tilde{\alpha}_0 > 0$, натуральные числа $\{r_i\}_{i=0}^{m+1}$, $2m+1 = r_0 < r_1 < \dots < r_{m+1} \leq n$ и единичные векторы $\zeta_{r_1}, \dots, \zeta_{r_r}$, $r = \overline{2m+2, n}$, такие что для $\alpha < \tilde{\alpha}_0$ имеют место оценки

$$\|D_{\zeta_{r_1} \dots \zeta_{r_r}}^r (f^* - P_n)\|_\infty \geq \frac{CMH^{n+1-r}}{\sin \beta (\sin \alpha)^{2m} (\operatorname{tg} \beta)^{r-2m-1}}, \quad r = \overline{r_1, r_{m+1}};$$

$$\|D_{\zeta_{r_1} \dots \zeta_{r_r}}^r (f^* - P_n)\|_\infty \geq \frac{CMH^{n+1-r}}{\sin \beta (\sin \alpha)^{2m} (\operatorname{tg} \beta)^{r_{m+1}-2m-1}}, \quad r = \overline{r_{m+1}+1, n};$$

$$\|D_{\zeta_{r_1} \dots \zeta_{r_r}}^r (f^* - P_n)\|_\infty \geq \max \left\{ \frac{CMH^{n+1-r}}{\sin \beta (\sin \alpha)^{p_r} (\operatorname{tg} \beta)^{q_r}}, \frac{CMH^{n+1-r}}{\sin \beta (\sin \alpha)^{2m} (\operatorname{tg} \beta)^{r_{i-1}-2m-1}} \right\}, \quad r = \overline{r_{i-1}+1, r_i-1}, \quad i = \overline{1, m+1},$$

где $p_r = \max\{0, 2m - r_i + r\}$, $q_r = \min\{r_i - 2m, r\} - 1$.

Данный пример показывает, что задача выбора таких интерполяционных условий, которые одновременно обеспечивали бы независимость оценок сверху аппроксимации производных от синуса наименьшего угла треугольника в знаменателе и высокую гладкость результирующей кусочно-полиномиальной функции при локальных способах интерполирования на триангулированной области, не может быть полностью решена положительно.

¹Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 11-01-00347).