Р. Р. Акопян (Озерск, Екатеринбург)
R.Akopyan@oti.ru

НАИЛУЧШЕЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ ОПЕРАТОРА АНАЛИТИЧЕСКОГО ПРОДОЛЖЕНИЯ[1]

Пусть $\Pi_Y := \{z : 0 < \operatorname{Im} z < Y\}$, $\alpha := (Y-y)/Y$, $\beta := y/Y$, $0 < y < Y$. Для числа η и функции f из $L^p(\mathbb{R}+i\eta)$, $1 \le p \le \infty$, введем обозначение $I^p_\eta(f) := \|f\|_{L^p(\mathbb{R}+i\eta)}$. Пусть $H^p = H^p(\Pi_Y)$ — пространство Харди функций f, аналитических в полосе Π_Y, след которых на каждой прямой $\mathbb{R}+i\eta$, $0<\eta<Y$, из $L^p(\mathbb{R}+i\eta)$ и $\sup\{I^p_\eta(f)\colon 0<\eta<Y\} < +\infty$. В H^p выделим класс $Q = Q^p_Y$ функций f с граничными значениями на $\mathbb{R}+iY$ удовлетворяющими неравенству $I^p_Y(f) \le 1$.

В докладе рассматривается частный случай задачи Стечкина, обзор истории исследования которой можно найти в работе [1].

Задача. Пусть $\mathcal{L}(N) = \mathcal{L}^p_y(N)$ — множество линейных ограниченных операторов из $L^p(\mathbb{R})$ в $L^p(\mathbb{R}+iy)$, норма которых $\|T\| = \|T\|_{L^p(\mathbb{R})\mapsto L^p(\mathbb{R}+iy)}$ не превосходит числа $N \ge 0$. Величина

$$U(T) = \sup\left\{I^p_y(f-Tf)\colon f \in Q\right\}$$

является уклонением оператора $T \in \mathcal{L}(N)$ от оператора аналитического продолжения на классе Q. Соответственно величина

$$E(N) = \inf\{U(T)\colon T \in \mathcal{L}(N)\} \tag{1}$$

есть наилучшее приближение оператора аналитического продолжения множеством ограниченных операторов $\mathcal{L}(N)$ на классе Q.

На пространстве $L^p(\mathbb{R})$ определим оператор $A_\sigma = A_\sigma[y,Y]$

$$(A_\sigma f)(x+iy) = \int\limits_{\mathbb{R}} \mathcal{A}_\sigma(x-t)\, f(t)\, dt, \quad \mathcal{A}_\sigma(x) = \frac{1}{2Y}\frac{e^{i\sigma(x+iy)}\,\sin\alpha\pi}{\operatorname{ch}\frac{x\pi}{Y} + \cos\alpha\pi}.$$

Теорема. *Пусть числа y, Y удовлетворяют неравенству $0<y<Y$ и $N>0$. Тогда для величины* (1) *справедливо равенство*

$$E(N) = \beta\,\alpha^{\alpha/\beta}\,N^{-\alpha/\beta}.$$

При этом экстремальным оператором в задаче (1) *является A_σ, в котором параметр σ задается равенством $N = \alpha\, e^{-y\sigma}$.*

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 11-01-00462).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Арестов В. В.* Приближение неограниченных операторов ограниченными и родственные экстремальные задачи // Успехи мат. наук. 1996. Т. 51, вып. 6 (312). С. 89–124.

М. А. Актюрк (Стамбул),
А. Л. Лукашов (Стамбул, Саратов)
LukashovAL@info.sgu.ru

О НЕРАВЕНСТВЕ РЕМЕЗА ДЛЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ПОЛИНОМОВ

Пусть $[\alpha, \beta]$ — отрезок длины $l = \beta - \alpha \leq \pi$, $\lambda = \theta l$, $0 < \theta < 1$.

Теорема. *Максимум в экстремальной задаче*

$$\max_{\tau \in [\alpha, \beta]} |\mathcal{T}_n(\tau)| \to \max$$

на классе тригонометрических полиномов $\mathcal{T}_n(\tau)$ порядка не выше n, удовлетворяющих неравенству

$$|\mathcal{T}_n(\tau)| \leq 1$$

на некотором подмножестве $S \subset [\alpha, \beta]$ меры $|S| \geq \lambda$, равен

$$T_{2n}\left(\frac{\sin\frac{2l-\lambda}{4}}{\sin\frac{\lambda}{4}}\right)$$

и достигается на полиномах

$$V_n^{(1)}(\tau) = T_{2n}\left(\frac{\sin\frac{2\tau-(2\alpha+\lambda)}{4}}{\sin\frac{\lambda}{4}}\right) \quad и \quad V_n^{(2)}(\tau) = T_{2n}\left(\frac{\sin\frac{2\tau-(2\beta-\lambda)}{4}}{\sin\frac{\lambda}{4}}\right).$$

Здесь $T_n(x) = \cos(n \arccos x)$ — классические многочлены Чебышева.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Remes E.* Sur une propriété extrémale des polynomes de Tchebyshef // Записки науч.-иссл. ин-та мат. мех. Харьк. мат. об-ва. Сер. 4. 1936. Т. 13, вып. 1. С. 93–95.