**Е. С. Климова (Самара)**
**depcy@yandex.ru**

## СИСТЕМА СДВИГОВ ФУНКЦИИ

Рассматриваются системы, образованные с помощью оператора сдвига вида $(T_{\lambda_k} g(x))_{k\in\mathbb{Z}}$ в пространстве $L^2(\mathbb{R})$. где $\lambda_k \in \mathbb{R}$ и оператор $T_{\lambda_k} g(x) = g(x - \lambda_k)$.

Доказана следующая теорема.

**Теорема.** *Если последовательность вещественных чисел $(\lambda_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ имеет предельную точку $\lambda$, $f(x) \in L^2(\mathbb{R})$, то система $(T_{\lambda_n} f)_{n\in\mathbb{Z}}$ не может быть бесселевой.*

Пусть множество $E = [-\gamma, \gamma]$, и мера $0 < \mu(E) < \infty$. Обозначим

$$P_E = \left(f \in L^2(\mathbb{R}) : \operatorname{supp}\hat{f} \subseteq E\right),$$

где $\operatorname{supp}\hat{f}$ — носитель преобразования Фурье функции $f(x) \in L^2(\mathbb{R})$. Справедлива следующая теорема:

**Теорема.***Пусть последовательность $\Lambda = (\lambda_k)_{k\in\mathbb{Z}} \subseteq \mathbb{R}$ такая, что $\left(e^{i\lambda_k x}\right)_{k\in\mathbb{Z}}$— фрейм для $L^2(E)$. Пусть функция $g(x) \in P_E$, тогда:*

*1) система $\left(T_{\lambda_k} g(x)_{k\in\mathbb{Z}}\right)$ — бесселева система в пространстве $L^2(\mathbb{R})$ тогда и только тогда, когда существует константа $B > 0$, такая что*

$$|\ \hat{g}(\omega)\ | \leq B$$

*для почти всех $\omega \in \mathbb{R}$;*

*2) система $(T_{\lambda_k} g(x))_{k\in\mathbb{Z}}$— фрейм для $P_E$, тогда и только тогда, когда существуют константы $A > 0$, $B > 0$, такие что:*

$$A \leq |\ \hat{g}(\omega)\ | \leq B$$

*для почти всех $\omega \in E$;*

*3) система $(T_{\lambda_k} g(x))_{k\in\mathbb{Z}}$— фреймовая последовательность в $L^2(\mathbb{R})$ тогда и только тогда, когда существуют такие константы $A, B > 0$ что:*

$$A \leq |\ \hat{g}(\omega)\ | \leq B$$

*для почти всех $\omega \in \operatorname{supp}\hat{g}$.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Christensen O.* An Introduction to Frames and Riesz Bases // Birkhäuser. Boston, 2002.

2. *Seip C.* On the connection between exponential bases and certain related sequences in $L^2[-\pi, \pi]$ // J. of Funct. Anal. 130 (1995). P. 131–160.